



زمان برگزاری:

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی پایه نهم متوسطه

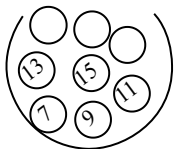
تاریخ آزمون:

- ۱) اگر خانواده‌ای دارای سه فرزند باشد، اولاً مجموعه همه حالت‌های ممکن را تشکیل دهید. (هر عضو این مجموعه را به طور مثال به صورت (د،د،پ) نمایش دهید). ثانیاً چقدر احتمال دارد این خانواده دارای دقیقاً دو دختر باشد؟
۲) حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{-1}{2} + \frac{-2}{3} \cdot \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2}$$

- ۳) دو مربع متشابه هستند و نسبت تشابه آنها $\frac{3}{5}$ است. اگر ضلع مربع بزرگ تر ۳۰ سانتی‌متر باشد ضلع مربع کوچک تر چقدر است؟

- ۴) برخی از گوی‌های کیسه زیر، شماره‌گذاری شده‌اند. بقیه گوی‌ها را طوری شماره‌گذاری کنید که احتمال ظاهر شدن عددی مضرب ۳، $\frac{1}{4}$ باشد؟

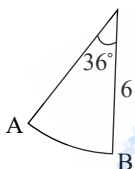


- ۵) عبارت زیر را ساده کنید.

$$\sqrt{8} + \sqrt{128} - \sqrt{50} =$$

- ۶) مکعب مستطیلی به ابعاد ۵، ۴ و $\sqrt{23}$ داریم، این مکعب مستطیل را در کره‌ای محاط می‌کنیم، حجم کره چقدر است؟

- ۷) حجم مخروطی که از قطر دایره‌ای به شکل زیر به دست می‌آید، چقدر است؟



- ۸) اگر به مجموعه A دو عضو اضافه کنیم، زیرمجموعه‌های آن ۷۶۸ واحد بیشتر می‌شود. مجموعه A چند عضو دارد؟

- ۹) حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$[(A' \cap M) \cup (A - M)] \cap [(M' \cup A) \cap ((\emptyset')' - A)] =$$

- ۱۰) تجزیه کنید.

الف) $5x^3 + 12x - 12x^2 - 7$

ب) $3x^2 + 10x + 7$

- ۱۱) تجزیه کنید.

الف) $9x^2 + 6x + 1$

ب) $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$

ج) $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3$

- ۱۲) m را طوری بیابید که $(m-7)^{m-3}$ و $(m-7)^{m-11}$ معکوس یکدیگر باشند.

- ۱۳) دو تاس متفاوت همزمان با هم پرتاب می‌شوند، احتمال اینکه مجموع دو تاس بزرگتر مساوی ۹ باشد، چقدر است؟



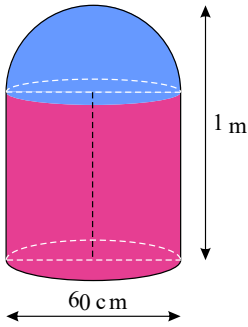
۱۴) حاصل عبارت زیر را به دست آورید. (البرز - خرداد ۹۵)

$$\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$$

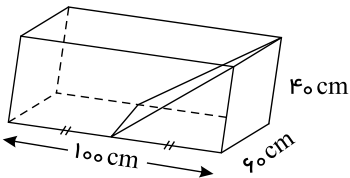
۱۵) اگر $0 < a < 1$ باشد حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$|2a - 1| + |2 - a| =$$

۱۶) یک کپسول گاز از قرار گرفتن یک نیمکره روی یک استوانه به صورت زیر درست شده است. اگر قطر دایره قاعده کپسول ۶۰ سانتی متر و ارتفاع آن یک متر باشد، حجم کپسول را بر حسب متر مکعب به دست آورید.

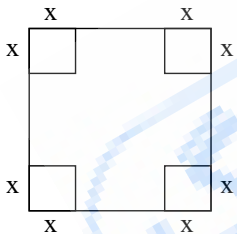


۱۷) یک آکواریوم با طول ۱۰۰ cm و عرض ۶۰ cm و ارتفاع ۴۰ cm داریم. اگر آن را مطابق شکل به ضلع ۶۰ cm تکیه دهیم، آب به وسط طول می‌رسد. اگر آن را به حالت معمول در آوریم ارتفاع آب چقدر خواهد شد؟



۱۸) از یک مقوا به ضلع a گوشه‌های مربع شکل به ضلع x را بریده و با سطح باقی‌مانده یک جعبه مکعب مستطیل شکل درست کرده‌ایم. چه رابطه‌ای

باید بین a و x باشد تا بتوان چهار کره به شعاع x را داخل این جعبه جای داد به طوری که هر کره به کره مجاورش و به دیواره جعبه مماس باشد؟



۱۹) از عبارت‌های زیر، هر کدام را که با عبارت $\frac{z(x+y)}{t}$ برابر است، مشخص کنید.

الف) $\frac{z}{t}(x+y)$

ب) $\frac{xz+y}{t}$

ج) $\frac{1}{t} \times z(x+y)$

و) $\frac{zx}{t} + y$

د) $z \times \frac{x+y}{t}$

ه) $\frac{xz}{t} + \frac{zy}{t}$

۲۰) دو خط $y - 2 = 5$ و $y = 2x + 1$ موازیند.

درست نادرست

۲۱) یک جواب برای x و y طوری تعیین کنید که تساوی زیر برقرار باشد؟

$$2^{2x-y-2} = 3^{x+y-1}$$

۲۲) خط زیر را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

$$y = 4x - 3$$

۲۳) خط $y = 3x - 4$ محور عرض‌ها را در $3 +$ قطع می‌کند.

درست نادرست

۲۴) حاصل عبارت مقابل را به صورت عددی توان دار بنویسید.

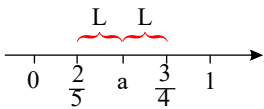
$$\frac{2^5 \times 5^{-3}}{2^{-4} \times 5^{-12}} =$$

۲۵) حاصل عبارت $\frac{2^{11}}{4} \times \frac{(-5)^{11} \times 5^4}{5^3 \times (-5)^7}$ چند صفر دارد؟

۲۶) در هر یک از حالت‌های الف و ب تفاوت دو مجموعه را با ذکر دلیل بنویسید.

الف) $A = \{x \in R \mid 1,5 < x < 5\}$ و $B = \{x \in Q \mid 1,5 < x < 5\}$

ب) $C = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ و $D = \{x \in R \mid 3 < x < 9\}$



۲۷) نقطه a چه عددی را نمایش می‌دهد؟ (فاصله a از $\frac{3}{4}$ و $\frac{2}{5}$ یکسان است.)

۲۸) متناظر با هر عبارت، یک مجموعه و متناظر با هر مجموعه، یک عبارت بنویسید و تعداد عضوهای هر مجموعه را تعیین کنید.

الف) $A = \{1, 8, 27, 64, 125\}$

ب) $C = \{10\}$

ج) عددهای طبیعی مضرب ۵ و کوچکتر از ۱۰۰

د) عددهای طبیعی بزرگتر از ۴ و کوچکتر از ۵

ه) عددهای صحیح منفی که بین ۴ و ۷ قرار دارد.

و) عددهای اول دو رقمی که مضرب ۲ باشد.

۲۹) حاصل عبارت‌های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

حاصل هر عبارت را با توجه به این نکته که عدد توان دار به توان می‌رسد یا فقط توان عدد توان دار به توان می‌رسد، به دست می‌آوریم:

الف) $4^0 \cdot 5 =$

ب) $(3^2)^2 =$

پ) $(7^0)^{11} =$

ت) $(3^1)^7 =$

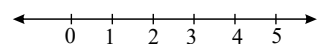
ث) $3^{1^7} =$

ج) $2^{2^3} =$

۳۰) تقسیم زیر را انجام دهید.

$$2x^2 - 7x - 16 \quad | \quad x - 5$$

۳۱) نامعادله $2(x - 2) \geq 0$ را حل کرده و آن را روی محور نشان دهید.



۳۲) مساحت کل یک نیمکره توپر به شعاع ۴ سانتی‌متر را به دست آورید. (نوشتن فرمول الزامی است)

۳۳) نامعادلهٔ مقابل را حل کنید.

$$(x - 5)^2 - 7 > (x + 2)^2$$

۳۴) به نظر شما $A = \frac{5}{10} + \frac{5}{11} + \dots + \frac{5}{19}$ در چه محدوده‌ای قرار دارد؟

۳۵) حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{199} + \frac{199}{200}\right)$$

۳۶) در عبارت مقابل مقدار x را به دست آورید.

$$1 \frac{1}{2} \times 1 \frac{1}{3} \times 1 \frac{1}{4} \times \dots \times 1 \frac{1}{x} = 11$$

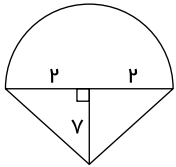
۳۷) در تساوی مقابل مقدار x , y و z را به دست آورید.

$$x + \frac{1}{y + \frac{z}{4}} = \frac{18}{7}$$

۳۸) حجم و مساحت کره‌ای به شعاع ۵ سانتی‌متر چقدر است؟

۳۹) در یک مکعب مستطیل طول قطرهای وجه به ترتیب $2\sqrt{4}$, $\sqrt{7}$ و $\sqrt{11}$ است. طول قطر اصلی را به دست آورید.

۴۰) حجم بستنی قیفی شکل روبه‌رو را به دست آورید. ($\pi = 3$)



۴۱) حجم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه‌ای با اضلاع ۳، ۴ و ۵ را حول وتر آن را به دست آورید.

۴۲) اگر در لیگ امسال شانس قهرمانی پرسپولیس نصف استقلال باشد و شانس قهرمانی پرسپولیس ۹ برابر تراکتورسازی باشد، آنگاه شانس قهرمانی استقلال چقدر است؟ (تیم‌های دیگر جز این تیم‌ها هیچ شانس ندارند).

۴۳) حاصل تقسیم‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 36} \div \frac{x + 3}{x + 6}$

ب) $\left[\frac{x^2 + x - 20}{x - x^3} \times \frac{x^3 - 5x^2}{5x - 20} \right] \div \frac{x^3 - 25x}{1 - x^2}$

۴۴) حاصل عبارت‌های زیر را بیابید.

الف) $\frac{x - 2}{x^2 - 9} + \frac{x}{x + 3} - \frac{2}{2x - 6}$

ب) $\frac{\frac{2}{x} - 1}{2 - \frac{2}{x+2}}$

۴۵) مساحت مستطیلی $8x^3 - 125$ است و عرض آن $5 - 2x$ است محیط این مستطیل را بیابید. (توجه کنید که طول و عرض مستطیل به‌ازای x هایی که آنها را مثبت کند قابل قبول هستند).

۴۶) اگر عدد اصلی مجموعه‌ای با عدد اصلی متمم برابر باشد، عدد اصلی مجموعه مرجع فرد است یا زوج؟

۴۷) تجزیه کنید.

الف) $16x^5y^2z^4 - 20x^6y^3z^3 + 12x^5y^2z^2$

ب) $x^2 - 10x + 9$

ج) $27x^3 + 1$

د) $a^4 + 9b^4$

۴۸) معادله خطی را بنویسید که از محل برخورد دو خط $2x - y = 7$ و $3x - 4y = 3$ بگذرد و با خط $3x - 2y = 7$ موازی باشد.

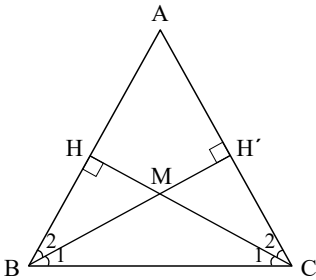
۴۹) جواب نامعادله‌های زیر را روی محور نشان دهید.

الف) $2(5x - 3) < 5x + 9$

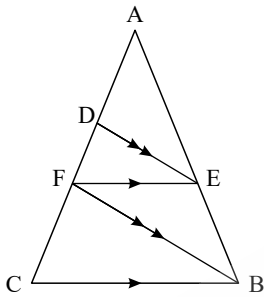
ب) $\frac{x+1}{2} + \frac{x}{3} \geq \frac{x}{4}$

۵۰) m را چنان بیابید که دو خط $x + y = 5$ و $mx + 4y = 10$ بر روی محور طولها متقاطع باشند.

۵۱) ثابت کنید اگر $\triangle ABC$ متساوی‌الساقین باشد، آنگاه $\triangle BMC$ متساوی‌الساقین است.



۵۲) در مثلث روبه‌رو اثبات کنید: $AF^2 = AD \times AC$.



۵۳) مقیاس یک نقشه $\frac{1}{100}$ است. اگر فاصله دو نقطه روی نقشه ۱۱ سانتی‌متر باشد، فاصله این دو نقطه در اندازه واقعی چند کیلومتر است؟

۵۴) حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$\left(1 + \frac{1}{5}\right)\left(1 + \frac{1}{5^2}\right)\left(1 + \frac{1}{5^4}\right)\left(1 + \frac{1}{5^8}\right)$$

۵۵) حاصل عبارت زیر را به صورت عبارت شامل اعداد توان‌دار بنویسید.

$$2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{11}$$

۵۶) حاصل عبارت‌های زیر را با کمک اتحادها به دست آورید.

الف) $(2x^2 - \sqrt{2})^2$

ب) $\left(8 + \frac{x}{2}\right)^2$

۵۷) ساده کنید.

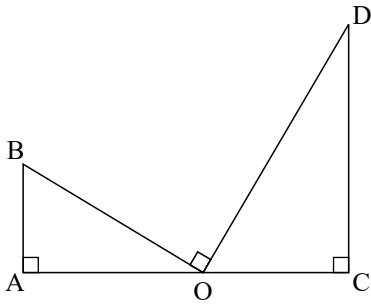
$$3\sqrt[4]{3\sqrt[3]{3\sqrt[2]{3\sqrt[3]{3}}}}$$

۵۸) کوچک‌ترین عدد طبیعی که در $3^4 \times 7^3 \times 9^3 \times 2^5$ ضرب شود که آن را:

الف) به مربع کامل تبدیل کنید.

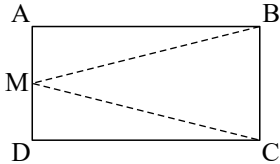
ب) به مکعب کامل تبدیل کنید.

۵۹ اثبات کنید دو مثلث $\triangle AOB$ و $\triangle COD$ متشابه‌اند.



۶۰

چهارضلعی $ABCD$ مستطیل است و نقطه M وسط ضلع AD است. ثابت کنید مثلث BMC متساوی‌الساقین است.



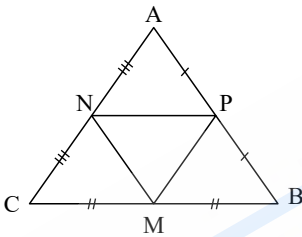
۶۱ در مثلث $\triangle ABC$ نیمساز داخلی \hat{A} ضلع BC را در D قطع می‌کند. در جای خالی علامت مناسب بگذارید.

$AC \square CD$
 $AB \square BD$

۶۲ مجموعه‌ای دو عضوی بنویسید که هر عضو از زیرمجموعه‌اش نیز باشد.

۶۳ یک تاس و یک سکه را با هم می‌اندازیم، احتمال اینکه سکه پشت و تاس ۶ بیاید چقدر است؟

۶۴ نسبت محیط $\triangle MPN$ را به محیط $\triangle ABC$ به دست آورید.



۶۵ اگر $x < 0$ و $y > 0$ باشد حاصل عبارت $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2}$ برابر است. (تهران - خرداد ۹۵)

۶۶ حاصل عبارت زیر را به ازای $a = 2$ و $b = \sqrt{3}$ به دست آورید. (فارس - خرداد ۹۵)

$|a - b| - |a + b|$

۶۷ اگر $a = \frac{1}{p}$ و $b = \sqrt{2}$ و $c = -3$ باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید. (سیستان و بلوچستان - خرداد ۹۵)

$|a + b + c|$

۶۸ اگر $a < 0$ و $b > 0$ ، آنگاه حاصل عبارت $\sqrt{(ab)^2}$ برابر است. (اهواز - خرداد ۹۵)

۶۹ حاصل عبارت مقابل را به دست آورید. (بدون نماد قدرمطلق) (آذربایجان شرقی - خرداد ۹۵)

$\sqrt{(1 - \sqrt{10})^2} =$

۷۰ حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف) $|-3| + |+4| + |-9| =$

ب) $4|2 - 3 \times 2| - 2|-1| - |9 \times 0| =$

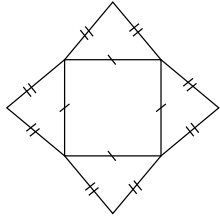
پ) $|0.1^5 - 0.1^4| =$

۷۱ عبارات زیر را بدون استفاده از قدرمطلق بنویسید.

الف) $|-2\sqrt{8}|$ ب) $|6 - 4\sqrt{3}|$ ج) $|\sqrt{13} + 0|$

۷۲ مقدار عددی عبارت $|a| + a$ را به ازای $a = -2$ ، $a = 0$ و $a = 2$ به دست آورید. آیا می‌توانید عددی حقیقی به جای a قرار دهید که حاصل $|a| + a$ منفی شود؟

۷۳ شکل زیر گسترده یک هرم منتظم است.



درست نادرست

۷۴ حجم هرمی با قاعده مربع را به دست آورید که ضلع قاعده آن 4cm باشد و وجه‌های جانبی آن مثلث‌های متساوی‌الساقینی به ساق‌های 8cm باشد.

۷۵ مساحت کره‌ای برابر 144π سانتی‌متر مربع است. حجم این کره را بر حسب π به دست آورید.

۷۶ محسن پیمانه‌ای به شکل نیمکره و به قطر 18 سانتی‌متر را پر از آب کرده و درون ظرف پلاستیکی استوانه‌ای شکل ریخته است. آب در استوانه تا چه ارتفاعی بالا می‌آید؟ (قطر نیمکره و استوانه برابرند)

۷۷ در کره‌ای به شعاع a نسبت حجم کره به سطح کل $(\frac{V}{S})$ را به دست آورید.

۷۸ کره‌ای در استوانه‌ای به قطر قاعده و ارتفاع 12 سانتی‌متر محاط شده است. اگر $\pi = 3$ در آن صورت:

الف) حجم کره را به دست آورید.

ب) حجم فضای بین کره و استوانه را به دست آورید.

۷۹ اگر کره‌ای در استوانه‌ای محاط باشد حجم استوانه دو برابر حجم کره است.

درست نادرست

۸۰ تقسیم زیر را انجام دهید.

$$4x - x^2 + 7 + 2x^2 \mid x - 2$$

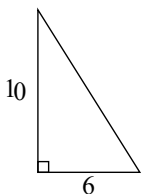
۸۱ تقسیم مقابل را انجام دهید.

$$3x^2 + 8x - 5 \mid x + 2$$

۸۲ خارج‌قسمت و باقی‌مانده‌ی تقسیم زیر را مشخص کنید و درستی عمل تقسیم را با نوشتن روابط تقسیم نشان دهید.

$$-3x^4 + 4x^6 + x^2 + 5 \mid 1 - x^3$$

۸۳ مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع قائم 10 و 6 سانتی‌متر را حول ضلع 10 سانتی‌متری دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل را به دست آورید.



۸۴ x و y و z سه رقم متفاوت هستند که از بین ارقام 1 تا 9 انتخاب می‌شوند و عدد سه رقمی \overline{xyz} را می‌سازند. مثلاً سه رقم 2 و 6 و 4 عدد 264 را

می‌سازند. کمترین مقدار $\frac{\overline{xyz}}{x + y + z}$ را بیابید و بگویید چرا کوچکترین است؟ (المپیاد آفریقای جنوبی - ۱۳۸۳)

۸۵ حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{x - 1}{x^2 - 4x + 3} \times \frac{x^2 - 9}{x}$$

۸۶) حاصل تفریق زیر را به ساده‌ترین حالت ممکن به دست آورید. (مخرج کسرها مخالف صفر فرض شده است).

$$\frac{2x^2 - 16}{x^2 - 4} - \frac{x + 4}{x + 2}$$

۸۷) یکی از عبارتهای گویای زیر قابل ساده شدن است؛ آن را مشخص و ساده کنید.

(الف) $\frac{a^2 + 5}{a^2}$ (ب) $\frac{a^2 + 3}{3}$ (ج) $\frac{a^2 + b^2}{a^2}$ (د) $\frac{a^2 - 5a}{a}$

۸۸) جمع و تفریق‌های زیر را انجام دهید.

الف) $\frac{x}{x^2 + y^2} - \frac{y(x - y)^2}{x^2 - y^2}$

ب) $\frac{x + 7}{ax - bx} + \frac{y + 9}{by - ay}$

ج) $\frac{a^2 - b^2}{a - b} - \frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2}$

د) $\frac{4 + x^2 - 2x}{2 + x} - 2 - x$

۸۹) عبارت گویای $\frac{a - 2}{a^2 - 2}$ به ازای $a = 2$ تعریف نشده است.

نادرست درست

۹۰) عبارت $\frac{3x - 5}{2x + 8}$ به ازای x مساوی تعریف نشده است.

۹۱) حاصل عبارت زیر را ساده کنید.

$$\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 5x + 6}$$

۹۲) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

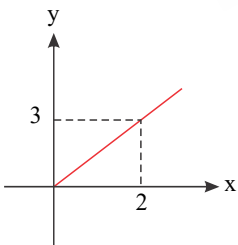
یک عبارت گویا است. $\frac{5}{\sqrt{x}}$

۹۳) دستگاه زیر را به روش جایگزینی حل کنید.

$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ -3x + 4y = -3 \end{cases}$$

۹۴) خط به معادله $y = \frac{2}{3}x - 2$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.

۹۵) معادله خط مقابل را به دست آورید.



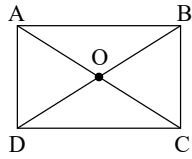
۹۶) معادله دو مجهولی $2x + y = 6$ چند پاسخ دارد؟ چرا؟ ۲ پاسخ برای آن بنویسید.

۹۷) ثابت کنید قطرهای هر متوازی‌الاضلاع یکدیگر را نصف می‌کنند. (اردبیل - خرداد ۹۵)

۹۸) حقایق و اصولی که درستی آنها از قبل برای ما معلوم است، حکم مسئله می‌گوییم.

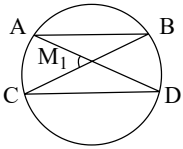
نادرست درست

۹۹ می‌خواهیم ثابت کنیم قطرهای مستطیل مساوی هستند. جاهای خالی را پر کنید.
فرض: $ABCD$ مستطیل است.
حکم: قطرهای مستطیل مساوی است.



$$\text{فرض: } \begin{cases} \widehat{A} = \dots = \dots = \dots = 90^\circ \\ AB = \dots, AD = \dots \\ AB \parallel \dots, AD \parallel \dots \end{cases} \quad \text{حکم: } AC = \dots$$

۱۰۰ زاویه A با کدام زاویه برابر است؟ چرا؟



۱۰۱ نامعادلهٔ مقابل را حل کنید.

$$3(x - 4) + 5 < 3 - 2x$$

۱۰۲ جواب نامعادلهٔ زیر را روی محور نمایش دهید.

$$2x - 1 < x + 4$$

۱۰۳ اگر $m - n = 3$ در این صورت $m > n$ است.

درست نادرست

۱۰۴ دو نفر با وزن‌های ۸۵ و ۶۵ کیلوگرم به جنگلی رفتند که به منابع غذایی دسترسی ندارند. آنها همراه خود مواد غذایی برده‌اند که ۴۵۰۰ کیلو کالری انرژی دارند. اگر فرض کنیم هر انسان هر روز حداقل به اندازهٔ سه برابر وزن خود کیلوکالری انرژی نیاز دارد آنها حداکثر چند روز می‌توانند با مواد غذایی خود در جنگل دوام بیاورند؟

۱۰۵ عبارت جبری زیر را تجزیه کنید.

$$m^2 - 3m - 10$$

۱۰۶ تجزیه کنید.

$$x^2 + 8x + 15$$

۱۰۷ حاصل را با استفاده از اتحادها به دست آورید.

$$(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})$$

۱۰۸ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

$$(\dots + 3b^2)^2 = 4a^4 + \dots + 9b^4$$

۱۰۹ تساوی زیر را با استفاده از اتحاد مناسب کامل کنید. (خوزستان - خرداد ۹۵)

$$(-5y + t)(t + \dots) = \dots - 25y^2$$

۱۱۰ حاصل $A = 850^2 - 750^2$ را به دست آورید.

۱۱۱ مجموعهٔ زیر را به زبان ریاضی بنویسید.

$$B = \{-4, -5, -6, \dots\}$$

۱۱۲ دو مجموعهٔ زیر با هم برابرند. مقادیر مجهول را به دست آورید.

$$\{x + y, 7\} = \{9, y\}$$

۱۱۳ درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید:

- (الف) هر عدد گویا عددی حسابی است. (ب) هر عدد حسابی عددی گویا است.
(ج) هر عدد صحیح عددی گویا است. (د) بعضی از عددهای گویا، عدد صحیح‌اند.

۱۱۴) تمام زیرمجموعه‌های هر یک از مجموعه‌های زیر را بنویسید:

الف) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 2x + 1 = 3\}$ (ب) $B = \{2x \mid x = 0, 2, 3\}$

۱۱۵) در یک رشته از اعداد اولین عدد ۱۲ و بعد از آن هر عدد مجموع مجذور ارقام عدد قبلی است. بنابراین عدد دوم $1^2 + 2^2 = 5$ ، عدد سوم

$5^2 = 25$ ، عدد چهارم $2^2 + 5^2 = 29$ و.... عدد ۲۰۰۵ام این دنباله چه عددی است؟

۱۱۶) حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$(\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{75}) \div \sqrt{3}$$

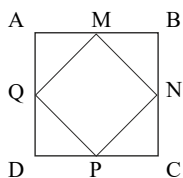
۱۱۷) حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$5\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{128}$$

۱۱۸) ساده‌شده عبارت مقابل را بنویسید.

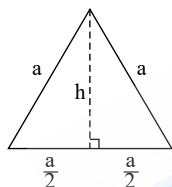
$$\frac{\sqrt{25}}{5} - \frac{2\sqrt{20}}{5} + \frac{4}{\sqrt{5}}$$

۱۱۹) نقاط M, N, P, Q وسط‌های اضلاع مربع $ABCD$ هستند. اگر مساحت مربع $ABCD$ ۱۰۰ متر مربع باشد، محیط $MNPQ$ چقدر



است؟

۱۲۰) شکل مقابل یک مثلث متساوی‌الاضلاع را به ضلع a نشان می‌دهد. اندازه ارتفاع h را برحسب a به دست آورید؛ سپس مساحت آن را برحسب



a بنویسید.

۱۲۱) عدد ۴، ریشه سوم عدد است.

۱۲۲) حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{8} \times \sqrt{2}$$

۱۲۳) حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{\sqrt[3]{16} \times \sqrt[3]{20}}{\sqrt[3]{5}} =$$

۱۲۴) در یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a نسبت ضلع مثلث به ارتفاع آن را به دست آورید.

۱۲۵) حاصل عبارت $\frac{\sqrt{(a-b)^2}}{\sqrt[3]{(a-b)^3}}$ کدام است؟ ($a > b > 0$)

۱۲۶) عبارت زیر را ساده کنید.

$$\frac{a\sqrt[3]{9b^6c^9d^{-9}}}{\sqrt[3]{\frac{a^2b^{-3}c^{-5}}{3}}} =$$

۱۲۷) حاصل را به دست آورید.

الف) $2\sqrt[3]{16} \times 3\sqrt[3]{4}$

ب) $\frac{\sqrt{8} \times \sqrt{5}}{\sqrt{10}}$

پ) $\frac{\sqrt[3]{18} \times \sqrt[3]{60}}{\sqrt[3]{5}}$

۱۲۸) عبارت‌های زیر را مانند نمونه ساده کنید: $\sqrt{90} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{10} = 3\sqrt{10}$

الف) $\sqrt{150}$ (ب) $\sqrt{80}$ (ج) $\sqrt{24}$ (د) $\sqrt[3]{125^2}$

۱۲۹) در جای خالی علامت مناسب > یا = یا < بگذارید.

$3^{-10} \square 3^{-1}$

۱۳۰) حاصل عبارت‌های زیر را به صورت نماد علمی بنویسید.

$0,00012 \times 0,3 \times 10^9$

۱۳۱) نمایش اعشاری عدد زیر را بنویسید.

$6,18 \times 10^5$

۱۳۲) مقدار x را به دست آورید.

الف) $5^x \div 5^{-3} = 5^7$

ب) $7^9 \times 7^x = 7^6$

۱۳۳) کدامیک درست و کدامیک نادرست است؟

د) $5,9 \times 10^{-1} = 0,59$

ه) $7,004 \times 10^{-2} = 0,7004$

و) $8,257 \times 10^4 = 82570$

الف) $1,02 \times 10^{-5} = 0,00000102$

ب) $4,3 \times 10^3 = 4300$

ج) $6,18 \times 10^7 = 61800000$

۱۳۴) عبارت زیر را با توان منفی بنویسید و ساده کنید.

$0,25$

الف) $8^{11} \times \left(\frac{5}{8}\right)^{11}$

ب) $(0,75)^{10} \div \left(\frac{3}{4}\right)^7$

۱۳۵) حاصل عبارت زیر را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

الف) $(2,5)^7 \times \left(\frac{5}{2}\right)^3$

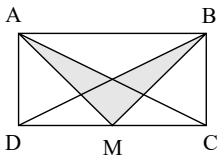
ب) $3^7 \times 3 \times 3^4$

۱۳۶) حاصل عبارت زیر را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

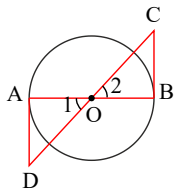
۱۳۷) حاصل عبارت $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} \times (-2)^{-3}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{+3} \times (5,6)^0}$ را به دست آورید.

۱۳۸) عددهای داده شده را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$2^{-3}, 5^{-3}, 3^3, \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}, (-7)^2, (-1)^{21}, 1^{-90}, (-2)^{-4}$



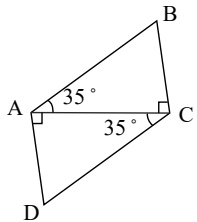
۱۳۹) M نقطهٔ وسط ضلع DC در مستطیل $ABCD$ است. چه کسری از مستطیل هاشور خورده است؟



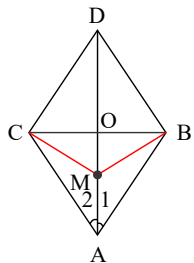
۱۴۰) در شکل مقابل O مرکز دایره است و AD و BC بر دایره مماس است ثابت کنید $BC = AD$

۱۴۱) در یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a ، نسبت ضلع مثلث به ارتفاع آن را به دست آورید.

۱۴۲) بنویسید چرا $AD = BC$ ؟

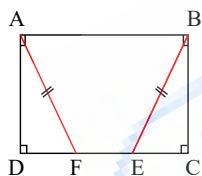


۱۴۳) چهارضلعی $ABCD$ لوزی و M نقطه‌ای دلخواه روی قطر لوزی است. نشان دهید $MB = MC$

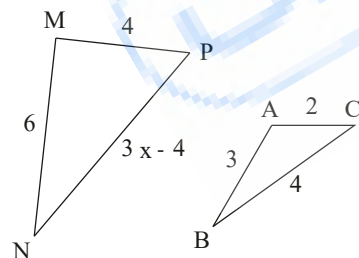


۱۴۴) در یک نقشه مقیاس ۱ به ۲۰۰۰ است. فاصلهٔ دو نقطه روی نقشه ۳ سانتی‌متر است. فاصلهٔ این دو نقطه در اندازهٔ واقعی چند سانتی‌متر است؟

۱۴۵) در شکل زیر دوزنقهٔ $AFEB$ متساوی‌الساقین است. ثابت کنید $DF = EC$.



۱۴۶) دو مثلث مقابل متشابه‌اند. اندازهٔ x را به دست آورید.

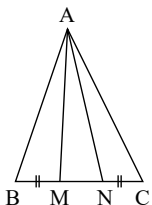


۱۴۷) دو لوزی به نسبت $\frac{4}{5}$ متشابه‌اند. اگر طول ضلع لوزی بزرگ‌تر ۲۵ سانتی‌متر باشد. طول ضلع لوزی کوچک چقدر است؟

۱۴۸) مقیاس یک نقشه $\frac{1}{150000}$ می‌باشد. اگر فاصلهٔ خانه مریم تا زهرا در نقشه ۲ cm باشد، فاصلهٔ خانه آنها چند کیلومتر است؟

۱۴۹) در شکل مقابل مثلث ABC متساوی‌الساقین است و M و N روی قاعدهٔ BC طوری قرار دارند که $BM = NC$. نشان دهید مثلث

AMN هم متساوی‌الساقین است.



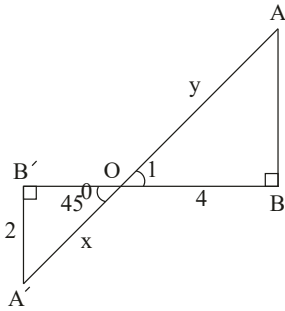
۱۵۰ اگر دو مثلث با هم، هم‌نهشت باشند، مساحت‌های آنها با هم است.

۱۵۱ در شکل زیر:

الف) اندازه زاویه‌های A و A' چند درجه است؟

ب) مقادیر x و y را بیابید. (به کمک فیثاغورس)

ج) آیا دو مثلث AOB و $A'OB'$ متشابه‌اند؟ چرا؟



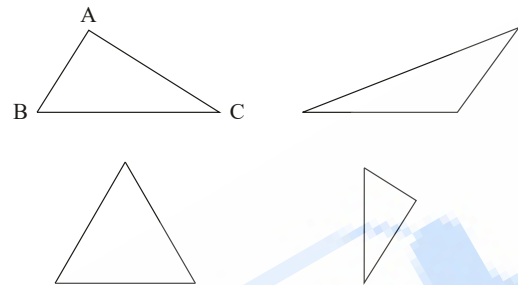
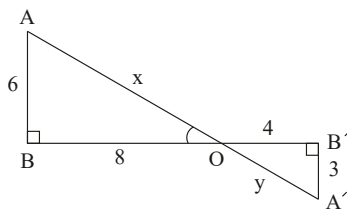
۱۵۲ مثلث ABC به ضلع‌های ۳، ۴ و ۵ با مثلث $A'B'C'$ به ضلع (به ترتیب از کوچک به بزرگ) $6x$ ، ۸ و $x+9$ متشابه هستند. مقدار x کدام است؟

۱۵۳ آیا هر دو مستطیل متشابه‌اند؟ در مورد تشابه هر دو مربع دلخواه چه می‌توان گفت؟

۱۵۴ در شکل زیر:

الف) مقادیر x و y را بیابید. (به کمک قضیه فیثاغورس)

ب) آیا دو مثلث ABO و $A'B'O$ متشابه‌اند؟ چرا؟



۱۵۵ کدام مثلث با مثلث ABC متشابه است؟

۱۵۶ آیا هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع متشابه هستند؟ چرا؟

۱۵۷ باتوجه به مجموعه‌های داده شده سایر سطرها را مانند سطر اول کامل کنید.

مجموعه‌ی اعداد	$\sqrt{3}, 2$	$\frac{1}{2}$	0	π	$-\frac{3}{4}$	$0, 2, 9, 2, 2, 9, 9, 0, 0, 10$	$\frac{6}{2}$
N طبیعی	×	×	×	×	×	×	×
W حسابی							
Z صحیح							
Q گویا							
Q' گنگ							
R حقیقی							

۱۵۸ در هر مثلث اگر یک زاویه باز باشد عمودمنصف‌ها در داخل، یکدیگر را قطع می‌کنند.

درست نادرست

۱۵۹ در مورد درستی دو استدلال زیر بحث کنید.

۱) در تمام خانواده‌هایی که من دیده‌ام دو فرزند به نام‌های حسن و علی حضور دارد و فرزند بزرگ‌تر علی نامیده شده است. پس در تمام خانواده‌ها فرزند بزرگ‌تر علی نام دارد.

۲) چون علی از حسن بزرگ‌تر و حسن از حسین کوچک‌تر است، پس نتیجه می‌گیریم علی از حسن بزرگ‌تر است.

ریاضی پایه نهم متوسطه

۱۶۰ مجموعه داده شده را روی محور نمایش دهید.

$$G = \{x \in R \mid -2 \leq x\}$$

۱۶۱ مجموعه داده شده را روی محور نمایش دهید.

$$C = \{x \in R \mid -1 \leq x < 3\}$$

۱۶۲ مجموعه داده شده را روی محور نمایش دهید. (البرز - خرداد ۹۵)

$$B = \{x \in R \mid x \leq -1\}$$

۱۶۳ عدد $3 - \sqrt{27}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد. محل تقریبی آن را روی محور نمایش دهید.

۱۶۴ عدد $17 + \sqrt{39}$ بین کدام دو عدد متوالی قرار دارد؟

۱۶۵ اگر عدد داده شده در سطر اول در مجموعه داده شده بود (\checkmark) و اگر نبود (\times) بنویسید.

اعداد	$\pi + 2$	$\sqrt{7,6}$	$0,17$	$-\frac{9}{11}$	$\frac{3}{2}$	$\sqrt{19}$
N						
W						
Z						
Q						
Q'						
R						

۱۶۶ مجموعه $\{x \in R \mid 1 < x < 2\}$ را روی محور نمایش دهید.

۱۶۷ عددهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

الف) $\frac{7}{8}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 2, -3\frac{5}{6}$

ب) $\frac{16}{7}, -\frac{3}{4}, 2,75, -\frac{5}{6}, 4\frac{3}{5}, \frac{56}{13}$

۱۶۸ اگر $A \subseteq B$ باشد، تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$A \cap B =$$

$$A \cup B =$$

۱۶۹ مشخص کنید کدام یک از عبارتهای زیر نمایش یک مجموعه است.

- الف) ۵ عدد بزرگتر از ۶۰
- ب) مجموعه مضرب‌های طبیعی ۸
- ج) ۴ عدد متوالی با شروع از ۲۰
- د) مجموعه عددهای اول دورقمی
- ه) سه عدد متوالی زوج
- و) سه شهر بزرگ ایران

۱۷۰ در پرتاب یک تاس احتمال اینکه عدد رو شده زوج باشد، برابر است.

۱۷۱ در پرتاب یک تاس احتمال اینکه عدد رو شده مضرب ۳ باشد، چه قدر است؟

۱۷۲ اگر خانواده‌ای دارای دو فرزند باشد:

الف) مجموعه همه حالت‌های ممکن را تشکیل دهید.

ب) چقدر احتمال دارد که این خانواده یک فرزند دختر و یک فرزند پسر داشته باشد؟

۱۷۳ اگر مجموعه‌ای عضو نداشته باشد، آن را مجموعه می‌گویند.

۱۷۴ دو عدد اول کوچک‌تر از ۲۰ با هم تشکیل یک مجموعه

۱۷۵ تهی، زیرمجموعه تمام مجموعه‌هاست.

درست نادرست

۱۷۶ حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$7^6 + 7^7 + 7^8 + \dots + 7^{20} = \text{الف}$$

رابطه پایه نهم متوسطه

هر یک از عبارت‌ها را برابر با A فرض می‌کنیم و بعد با تکنیک جالبی آنها را محاسبه می‌کنیم:

ب

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots =$$

۱۷۷) حاصل عبارت‌های زیر را به صورت توان‌دار به دست آورید.

الف

$$\frac{1}{3^{-1} + 7^{-1}}$$

ب

$$\left(\frac{21}{10}\right)^{-4} \times \left(\frac{63}{20}\right)^4$$

۱۷۸) حاصل رادیکال‌های زیر را به دست آورید.

الف

$$\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2}$$

ب

$$\sqrt{(3\sqrt{3} - 5)^2}$$

پ

$$\sqrt{(3 - \sqrt{8})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2} - 3)^2}$$

۱۷۹) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف

$$\frac{4 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} \div \frac{2}{16}} - \frac{1 - \frac{1}{2}}{4 \times \frac{1}{2}}$$

ب

$$\frac{2\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \div \frac{3}{4}}{1\frac{2}{10} \div 3 \times 5 - \frac{1}{6}}$$

۱۸۰) در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب قرار دهید.

الف دو چندضلعی با تعداد اضلاع برابر همواره متشابه هستند.

ب اگر $0 < y < x$ باشد، حاصل $\sqrt{(xy)^2}$ برابر است.

پ برای گویا کردن مخرج کسر $\frac{6}{\sqrt{b}}$ ، باید صورت و مخرج کسر را در ضرب کنیم.

ت نصف عدد 4^{-3} به صورت توان‌دار برابر است.

۱۸۱) به سؤالات زیر پاسخ دهید.

حاصل عبارت زیر را به دست آورید. (مخرج کسر مخالف صفر است)

الف

$$\frac{x}{x-3} + \frac{2}{x} =$$

ب

$$\frac{4x}{x^2 - x}$$

برای عبارت گویای زیر مقادیری را به دست آورید که عبارت به ازای آنها تعریف نشده باشد.

$(x + 4)(x - 6) =$

الف

$$2x + 1 \geq -5$$

الف

$$x^2 - 12x + 36 =$$

۱۸۲) حاصل عبارت مقابل را با استفاده از اتحاد به دست آورید:

نامعادله مقابل را حل کنید:

۱۸۳) به سؤالات زیر پاسخ دهید.

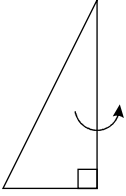
عبارت مقابل را به کمک اتحاد تجزیه کنید.

ریاضی پایه نهم متوسطه

حاصل را با استفاده از اتحاد به دست آورید.

ب

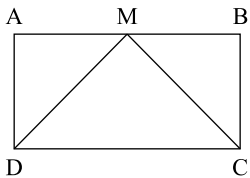
$$(x + 2)(x + 5) =$$



۱۸۴ مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع قائم ۳ و ۱۰ سانتی‌متر را حول ضلع ۱۰ سانتی‌متری دوران می‌دهیم.

الف) نام شکل حاصل چیست؟

ب) حجم آن را حساب کنید؟



۱۸۵ چهارضلعی ABCD یک مستطیل است و M وسط ضلع AB است. از M به نقاط C و D وصل کرده‌ایم.

ثابت کنید MD و MC برابرند.

۱۸۶ حجم هرمی را به دست آورید که قاعده آن مستطیلی به ابعاد ۳ و ۴ سانتی‌متر و ارتفاع آن ۱۰ سانتی‌متر باشد.

۱۸۷ معادله خطی را بنویسید که با خط $y = -3x + 1$ موازی باشد و محور عرض‌ها را در ۲ قطع کند.

۱۸۸ درست یا نادرست بودن هر عبارت را مشخص کنید.

(a) هر مجموعه که عضو ندارد را با نماد \emptyset نمایش می‌دهند.

(b) تساوی $\frac{y + \cancel{x}}{x + \cancel{y}} = \frac{y}{x}$ درست است.

(c) حاصل عبارت $10^{-2} \times 5,6$ به صورت اعشاری برابر است با: $0,056$

(d) احتمال ظاهر شدن عدد ۶ در پرتاب یک تاس برابر است با $\frac{1}{6}$.

۱۸۹ اشکان و فرید برای عبارت $2^{-1} + 5^{-1}$ دو پاسخ آورده‌اند. پاسخ درست را با ذکر دلیل مشخص کنید.

پاسخ اشکان: $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$

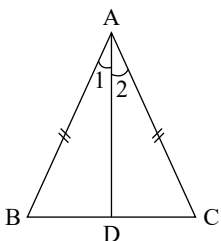
پاسخ فرید: 7^{-1}

۱۹۰ در مسئله زیر، فرض و حکم را بنویسید:

«مثلث ABC متساوی‌الساقین است و AD نیمساز زاویه A است. ثابت کنید AD میانه است.»

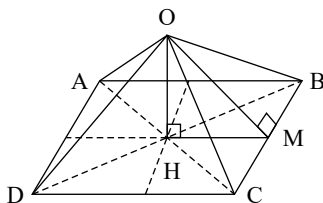
فرض:

حکم:

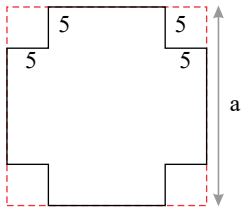


۱۹۱ حجم هرمی با قاعده مربع را به دست آورید که ضلع قاعده آن ۱۲ cm باشد و وجه‌های جانبی آن مثلث‌های متساوی‌الساقین به ارتفاع ۱۰ cm باشد.

باشد. (ابتدا ارتفاع هرم را به دست آورید.)



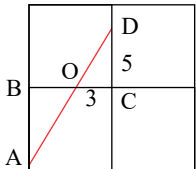
۱۹۲ از یک مقوای مربع شکل به ضلع a گوشه‌های مربع شکل به ضلع 5cm را بریده‌ایم. با سطح باقی‌مانده یک جعبه مکعب مستطیل شکل درست



کرده‌ایم. مقدار a چقدر باشد تا بتوان ۹ کره به شعاع 2.5cm را کف این جعبه در کنار هم جای داد؟

۱۹۳ اگر در تجزیه $x^3 - x^2 - 3 = (x^2 + 5)x + \dots$ باشد، عامل دیگر آن را به دست آورید.

۱۹۴ در شکل زیر ضلع مربع بزرگ ۱۴ است و از ۴ مربع کوچک تشکیل شده است. اگر دو مثلث AOB و COD متشابه باشند، اندازه AB را به دست آورید.



۱۹۵ الف) اگر $1 < x < 2$ باشد، حاصل $|x - 1| + |x| + 2$ را به دست آورید.

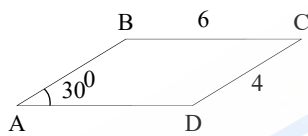
ب) اگر $a = 0.5$ و $b = -\frac{3}{2}$ و $c = -\frac{1}{4}$ باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$|a + b| + 3|b - a - c|$$

۱۹۶ حاصل $|x - 2| + |x| + |x - 1|$ را وقتی $1 < x < 2$ است به دست آورید.

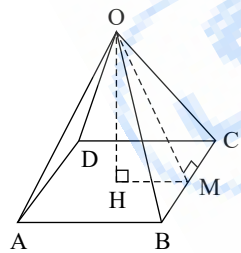
۱۹۷ اگر $b < 0$ و $a > 0$ حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} =$$



۱۹۸ متوازی‌الاضلاع زیر را حول ضلع \overline{AD} دوران می‌دهیم. حجم جسم حاصل را به دست آورید.

۱۹۹ حجم هرم مربع‌القاعده‌ای را به دست آورید که هر ضلع قاعده آن 12cm و وجه‌های جانبی آن مثلث‌های متساوی‌الساقینی به ساق‌های



باشد. $\sqrt{136}\text{cm}$

۲۰۰ در تقسیم $(x^2 - 2)(6x + 1)$ بر دو جمله‌ای $3x + 2$ خارج قسمت به صورت توان‌های نزولی نوشته شده است، ضریب جمله‌ای که درجه

آن یک است، چه عددی است؟

۲۰۱ حجم یک مکعب مستطیل $9 - 12x + 8x^2 + 8x^3$ است. اگر حاصل ضرب طول و عرض آن $4x^2 - 2x - 3$ باشد، ارتفاع این مکعب

مستطیل را پیدا کنید.

۲۰۲ مساحت مثلثی $4x^2 - 4x - 35$ و ارتفاع آن $4x^2 - 49$ است. اندازه قاعده این مثلث را بر حسب x به دست آورید.

۲۰۳ معادله مقابل نشان‌دهنده بی‌شمار خط است که از یک نقطه به نام A می‌گذرند. مختصات نقطه A را به دست آورید.

$$(m + 2)x - (3m - 2)y = m + 1$$

۲۰۴ با توجه به اینکه قطر سیاره مشتری حدوداً یازده برابر قطر زمین است و قطر کره زمین حدوداً $10^4 \times 1.3$ است، قطر سیاره مشتری را

به صورت نماد علمی بنویسید.

۲۰۵ مجذور ثلث عدد 9^{4m-2} را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

۲۰۶ در یک خانواده دو فرزندی احتمال‌های زیر را به دست آورید.

الف احتمال این که هر دو فرزند پسر باشند.

ب احتمال این که حداقل یک فرزند دختر باشد.

پ احتمال این که دو فرزند هم جنس باشند.

۲۰۷ با توجه به مجموعه‌های A و B ، درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. (دلیل نادرستی عبارتهای را بنویسید.)

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 3\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -5\}$$

الف

$$0,757557555 \dots \in A$$

ب

$$-0,10100100010000 \dots \in B$$

پ

$$2 < \sqrt{8} < 3 \Rightarrow -2 < \sqrt{8} < 3 \Rightarrow \sqrt{8} \in A$$

ت

$$-5 \in B$$

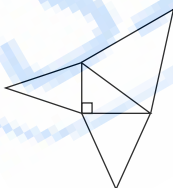
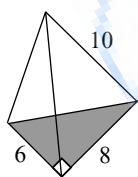
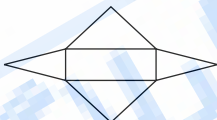
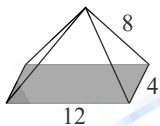
ث

$$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25} \Rightarrow 4 < \sqrt{17} < 5 \Rightarrow -5 < -\sqrt{17} < -4 \Rightarrow -\sqrt{17} > -5$$

ج

$$-\sqrt{5} \in A$$

۲۰۸ مساحت گسترده هرم‌های زیر را با توجه به اندازه‌های روی حجم‌ها اندازه‌گیری کنید.



الف

ب

۲۰۹ تمام عددهای دورقمی را که با ارقام ۱، ۲، ۴، ۵ می‌توان ساخت، روی کارت‌های متمایزی می‌نویسیم و در یک کیسه قرار می‌دهیم و سپس یکی از این کارت‌ها را به تصادف خارج می‌کنیم. مطلوب است:

الف پیشامدهای $(A \cup B)$ و $(A \cap B)$

ب پیشامد B که در آن عدد روی کارت، کوچک‌تر از ۴۰ باشد.

پ پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب ۴ باشد.

ت مجموعه همه حالت‌های ممکن را بنویسید.

۲۱۰ حاصل عبارتهای عددی زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید.

الف

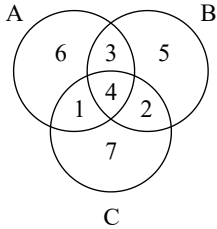
$$205^2$$

ب

$$99^2$$

پ

$$(350)^2 - 300^2 - 50^2$$



۲۱۱ با توجه به نمودار زیر، درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف $n(A \cup C) = n(A) + n(C)$

ب $C \cap (A \cup B) = \{1, 4, 2\}$

پ $A - B = \{5, 2\}$

۲۱۲ به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف ارائه مثال‌های متعدد برای ایجاد اطمینان از درستی یک موضوع کفایت می‌کند.

ب در هر دو چندضلعی متشابه، زاویه‌های متناظر و اضلاع متناظر هستند.

۲۱۳ حاصل عبارت‌های مقابل را به ساده‌ترین شکل ممکن بنویسید. (مخرج‌ها مخالف صفر فرض شده‌اند).

الف

$$\frac{7x}{5x+10} + \frac{x}{x+2} =$$

ب

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{(3-x)} \times \frac{(x-3)}{(x+1)} =$$

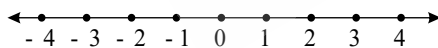
۲۱۴ به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف نمایش اعشاری کسر مقابل را بنویسید:

الف

$$\frac{6}{11} =$$

ب



مجموعه مقابل را روی محور نشان دهید. $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 3\}$

۲۱۵ درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

الف مجموعه $A = \{5, -2, \sqrt{25}, -5\}$ دارای ۸ زیرمجموعه است.

درست نادرست

ب اگر $a > b$ باشد، $-3a > -3b$ است. ($a, b \neq 0$)

پ مساحت کل نیمکره (توپر) $3\pi r^2$ است.

۲۱۶ به سؤالات زیر پاسخ دهید.

حاصل عبارت زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

الف

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} \times \left(\frac{3}{2}\right)^6$$

عدد زیر را به صورت نماد علمی بنویسید.

ب

$$۱۳۹۸,۰۳۰۱ =$$

الف

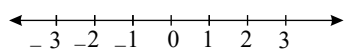
$$۲\sqrt{۴۵} + \sqrt{۷۲} - ۳\sqrt{۵۰} - \sqrt{۲۰} =$$

ب

$$\frac{-۲\sqrt{۵}}{\sqrt{۷}}$$

ب

$$\sqrt{(-۴ - \sqrt{۳})^2} =$$



الف

$$(\dots + ۳)^2 = x^2 + \dots + ۹$$

ب

$$(a + ۷)(a - ۵) = a^2 + \dots - \dots$$

۲۱۷ به سؤالات زیر پاسخ دهید.

حاصل عبارت مقابل را ساده کنید.

مخرج کسر مقابل را گویا کنید.

۲۱۸ به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف بین دو عدد ۱ و ۲ دو عدد گنگ بنویسید:

حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

پ مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x < 1\}$ را روی محور نشان دهید.

۲۱۹ با استفاده از اتحادها جاهای خالی را کامل کنید.

پاسخنامه تشریحی

۱

$$S = \{(د،د،پ)، (د،پ،د)، (پ،د،د)، (د،د،د)، (د،پ،د)، (پ،د،د)، (د،د،پ)، (پ،د،پ)، (د،پ،د)، (پ،پ،د)\}$$

$$\Rightarrow n(S) = 2^3 = 8$$

$$\text{دقیقاً ۲ دختر باشد: } A = \{(د،د،د)، (د،پ،د)، (پ،د،د)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

بنابراین احتمال اینکه خانواده، دقیقاً دارای دو دختر باشد: $\frac{3}{8}$

در محاسبه عبارت، اولویت با ضرب و تقسیم (از چپ به راست) و بعد جمع و تفریق است.

۲

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \div \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \times \frac{2}{1} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \\ & = -\frac{1}{2} - \frac{4}{5} + \frac{1}{2} = -\frac{4}{5} \end{aligned}$$

۳

$$\frac{3}{5} = \frac{\text{ضلع کوچکتر}}{\text{ضلع بزرگتر}} = \frac{x}{30} \Rightarrow x = 18$$

ضلع مربع کوچکتر $\leftarrow x = 18$

در این کیسه، ۸ مهره وجود دارد، چون احتمال آنکه عدد مضرب ۳ ظاهر شود، $\frac{1}{3}$ است، پس از ۸ مهره موجود در کیسه باید نصف آن‌ها یعنی ۴ مهره مضرب ۳ باشد.

۴

با توجه به اطلاعات مسئله، از میان مهره‌های مشخص شده، اعداد ۹ و ۱۵ مضرب ۳ هستند، پس باید از میان ۳ مهره باقی‌مانده، دو تا از آن‌ها با اعداد مضرب ۳ شماره‌گذاری شده باشند. پس می‌توان به این صورت شماره‌گذاری کنیم:

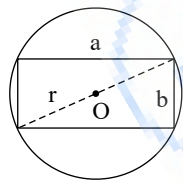
- 4
 12
 6

۵

$$\sqrt{8} + \sqrt{12} - \sqrt{50} = \sqrt{4 \times 2} + \sqrt{64 \times 2} - \sqrt{25 \times 2} = 2\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

هنگامی یک مکعب مستطیل در کره محاط می‌شود که بزرگ‌ترین مکعب مستطیل ممکن باشد، در این حالت قطر کره و قطر اصلی مکعب مستطیل برابر است.

۶



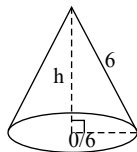
$$2r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \rightarrow 2r = \sqrt{2^2 + 2^2 + 16} = \sqrt{64} = 8 \rightarrow r = 4$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 4^3 = \frac{4^4}{3}\pi = \frac{256}{3}\pi$$

۷

$$\text{طول } AB = \frac{36^\circ}{360^\circ} \times 12\pi = \frac{1}{10} \times 12\pi = 1,2\pi$$

$$\text{محیط قاعده مخروط} = 1,2\pi \quad , \quad \text{شعاع قاعده مخروط} = \frac{1,2\pi}{2\pi} = 0,6$$



پس مخروط به شکل مقابل است:

$$h^2 + (0,6)^2 = 6^2 \rightarrow h = \sqrt{36 - 0,36} = \sqrt{35,64}$$

$$V = \frac{1}{3} \times \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} = \frac{1}{3} \times (0,6)^2 \pi \times \sqrt{35,64} = 0,12\sqrt{35,64}\pi$$

۸ نکته: تعداد کل زیر مجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر 2^n است.

طبق گفته سوال خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} 2^{n+2} &= 2^n + 768 \rightarrow 2^{n+2} - 2^n = 768 \\ \rightarrow 2^n(2^2 - 1) &= 768 \rightarrow 2^n \times 3 = 768 \\ \rightarrow 2^n &= \frac{768}{3} = 256 = 2^8 \rightarrow n = 8 \end{aligned}$$

۹ ابتدا متمم‌ها را حساب می‌کنیم سپس از درونی‌ترین پراتز شروع به محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} &[(A' \cap M) \cup (A - M)] \cap [(M' \cup A) \cap ((\emptyset') - A)] \\ &= [(A' \cap M) \cup (A - M)] \cap [(\emptyset \cup A) \cap (\emptyset - A)] \\ &= [A' \cup \emptyset] \cap [A \cap \emptyset] = A' \cap \emptyset = \emptyset \end{aligned}$$

۱۰

در هر بخش ایده‌ای برای تجزیه کردن نهفته است. ($12x$ را به $5x$ و $7x$ و $12x^2$ را به $5x^2$ و $7x^2$ خرد می‌کنیم).

$$\begin{aligned} \text{الف) } 5x^2 + 12x - 12x^2 - 7 &= 5x^2 + 5x + 7x - 7x^2 - 5x^2 - 7 \\ &= 5x^2 + 5x - 5x^2 + 7x - 7x^2 - 7 = 5x(x^2 + 1 - x) - 7(-x + x^2 + 1) \\ &= (x^2 - x + 1)(5x - 7) \end{aligned}$$

در تجزیه $ax^2 + bx + c$ به دنبال دو عدد می‌گردیم که جمع آنها برابر b و ضرب آنها برابر ac باشد. بعد bx را به صورت جمع این دو عدد می‌شکنیم و با دسته‌بندی مناسب تجزیه می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \text{ب) } 3x^2 + 10x + 7 &= 3x^2 + 3x + 7x + 7 \\ &= 3x(x + 1) + 7(x + 1) = (x + 1)(3x + 7) \end{aligned}$$

۱۱

$$\begin{aligned} \text{الف) } 9x^2 + 6x + 1 &= (3x)^2 + 2 \times 1 \times (3x) + 1^2 = (3x + 1)^2 \\ \text{ب) } x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 &= x^2 + 2 \times x \times \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 \\ \text{ج) } x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 &= x^2 - 2 \times \sqrt{3} \times x + (\sqrt{3})^2 = (x - \sqrt{3})^2 \end{aligned}$$

۱۲ حاصل ضرب دو عبارت معکوس برابر ۱ است. حال سه حالت زیر را بررسی می‌کنیم:

حالت (۱) پایه‌ها برابر با یک باشند.

$$m - 7 = 1 \rightarrow m = 8$$

حالت (۲) توان برابر صفر شود.

$$(m - 7)^{m-11} \times (m - 7)^{m-3} = (m - 7)^{2m-14} \Rightarrow 2m - 14 = 0 \rightarrow m = 7$$

حالت (۳) پایه‌ها برابر با -1 و توان زوج باشد.

$$m - 7 = -1 \rightarrow m = 6$$

که به ازای $m = 6$ توان‌ها زوج می‌شوند.

۱۳ برای آنکه حالتی فراموش نشود با یک نظم فکری جلو می‌رویم، اگر یک تاس یک یا دو باشد تاس دوم هر مقداری باشد مجموع کمتر از ۹ است پس با مقدار سه شروع می‌کنیم:

طبق جدول زیر، در ۱۰ حالت مجموع بزرگتر مساوی ۹ می‌شود و کل حالات پرتاب دو تاس هم برابر ۳۶ است، پس احتمال آنکه مجموع دو تاس بزرگتر مساوی ۹ شود برابر است با:

$$\text{احتمال مطلوب} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

تاس ۱	تاس ۲
۳	۶
۴	۵
۴	۶
۵	۴
۵	۵
۵	۶
۶	۳
۶	۴
۶	۵
۶	۶

$$\sqrt{3} > 1 \Rightarrow 1 - \sqrt{3} < 0$$

$$\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} = |1 - \sqrt{3}| = \sqrt{3} - 1$$

۱۵) $-1 < a < 0$ ، پس a عددی بین صفر و -1 است پس منفی است و $2a$ عددی بین 0 و -2 است ($-2 < 2a < 0$).

$$\underbrace{|2a - 1|}_{\text{منفی}} + \underbrace{|2 - a|}_{\text{مثبت}} = 1 - 2a + 2 - a = 3 - 3a = 3(1 - a)$$

۱۶)

حجم نیم کره + حجم استوانه = حجم کپسول

$$0,3m = \text{شعاع نیمکره} = \text{شعاع قاعده استوانه}$$

$$\frac{60cm}{2} = 30cm = 0,3m$$

$$0,7m = 1 - 0,3 = \text{ارتفاع کپسول} = \text{ارتفاع استوانه}$$

$$\text{حجم کپسول} = \pi R^2 h + \frac{1}{2}(\pi R^3)$$

$$\text{متر مکعب} = \pi \times (0,3)^2 \times 0,7 + \frac{1}{2} \times \pi \times (0,3)^3 = 0,063\pi + 0,0135\pi = 0,0765\pi$$

۱۷)

$$\text{حجم آب} = \frac{1}{2} \times 50 \times 40 \times 60 = 60000cm^3$$

$$\text{ارتفاع آب} = \frac{60000}{100 \times 60} = 10cm$$

۱۸)

قطر کره $2x$ است و دو کره در امتداد یک ضلع جعبه قرار می‌گیرند. بنابراین:

$$2(2x) = a - 2x$$

$$4x = a - 2x \Rightarrow 6x = a$$

۱۹) عبارت‌های الف، ج، د، هـ

۲۰) نادرست زیرا خط $y - 2 = 5$ دارای شیب صفر و خط $y = 2x + 1$ دارای شیب ۲ است.

۲۱) این تساوی زمانی برقرار است که توان‌های ۲ و ۳ در دو طرف صفر شود. بنابراین دستگاه معادلات زیر به دست می‌آید و با حل آن x و y را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 2 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

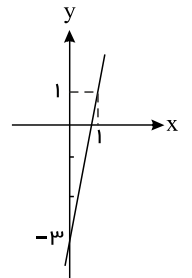
$$x + y - 1 = 0 \Rightarrow 1 + y - 1 = 0 \Rightarrow y = 0$$

۲۲)

$$y = 4x - 3$$

دو نقطه دلخواه از خط را به دست آورده، سپس خط گذرنده از این دو نقطه را رسم می‌کنیم:

$$\begin{array}{c|cc} x & 0 & 1 \\ \hline y & -3 & 1 \end{array}$$



۲۳) نادرست خط $y = 3x - 4$ محور عرض‌ها را در -3 قطع می‌کند.

۲۴)

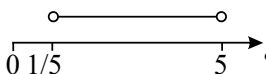
$$\frac{2^5 \times 5^{-3}}{2^{-4} \times 5^{-12}} = \frac{2^5 \times \frac{1}{5^3}}{\frac{1}{2^4} \times \frac{1}{5^{12}}} = \frac{2^5}{5^3} \div \frac{1}{2^4 \times 5^{12}} = \frac{2^5}{5^3} \times \frac{2^4 \times 5^{12}}{1} = 2^9 \times 5^9$$

$$= \frac{2^5}{5^3} \times 2^4 \times 5^{12} = 2^9 \times 5^9 = 10^9$$

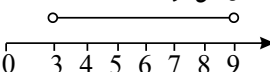
۲۵

$$\frac{2^{11}}{2^2} \times \frac{-5^{11} \times 5^4}{5^3 \times (-5^7)} = 2^9 \times \frac{-5^{15}}{-5^{10}} = 5^5 \times 2^9$$

عامل‌های ۲ و ۵ تعداد صفرها را مشخص می‌کنند چون $9 < 5$ پس ۵ عدد صفر دارد.

۲۶ الف) مجموعه A شامل تمام اعداد حقیقی بازه $(1/5, 5)$ بوده و روی محور به صورت  می‌توان نمایش داد، اما اعضای مجموعه B فقط اعضایی از بازه

فوق را شامل می‌شود که گویا هستند؛ یعنی اعداد گنگ موجود در این بازه را شامل نمی‌شود.

ب) اعضای مجموعه D برابر تمام اعداد حقیقی موجود در بازه $(3, 9)$ یعنی  است. اما مجموعه C فقط اعداد طبیعی موجود در این بازه را شامل می‌شود.

۲۷ نقطه a به فاصله یکسان از $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{4}$ قرار دارد سپس a وسط این دو عدد یعنی میانگین آنها است.

$$\frac{\frac{2}{5} + \frac{3}{4}}{2} = \frac{\frac{8+15}{20}}{2} = \frac{\frac{23}{20}}{2} = \frac{23}{40}$$

۲۸ الف) مکعب عددهای طبیعی کوچکتر از ۶ (تعداد اعضای این مجموعه برابر ۵ است).

ب) عددهای طبیعی بین نه و یازده (تعداد اعضای آن برابر ۱ است).

$$D = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, \dots, 85, 90, 95\}$$

ج) (تعداد عضوهای این مجموعه برابر ۱۹ است). برای آنکه تعداد اعضا را مشخص کنیم، می‌توانیم مجموعه D را به شکل زیر بنویسیم.

$$D = \{5 \times 1, 5 \times 2, \dots, 5 \times 18, 5 \times 19\}$$

د) $\{ \}$ ، تعداد اعضای این مجموعه صفر است.

هـ) $\{ \}$ ، تعداد اعضای آن صفر است.

و) $\{ \}$ ، تعداد اعضای آن صفر است.

۲۹

الف) $4^{0.5} = (2^2)^{0.5} = 2^1 = 2$

ب) $(3^2)^2 = 3^4$

پ) $(7^0)^{11} = (1)^{11} = 1$

ت) $(3^1)^7 = 3^7$

ث) $3^{1^7} = 3^1 = 3$

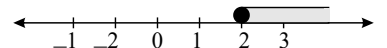
ج) $2^{2^3} = 2^{2 \times 2 \times 2} = 2^8$

۳۰

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 7x - 16 \quad \left| \begin{array}{l} x - 5 \\ 2x + 3 \end{array} \right. \\ \hline -2x^2 + 10x \\ \hline 3x - 16 \\ \hline -3x + 15 \\ \hline -1 \end{array}$$

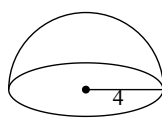
۳۱

$$2(x - 2) \geq 0 \xrightarrow{\div 2} (x - 2) \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$$



۳۲

مساحت کل = $\frac{\text{مساحت کره}}{2} + \text{مساحت دایره}$

$$= \frac{1}{2} \times 4\pi \times R^2 + \pi R^2 = 2\pi R^2 + \pi R^2 = 3\pi R^2 = 3 \times \pi \times 16 = 48\pi$$


۳۳

چون درجه‌های ۲ با هم ساده می‌شوند به راحتی حل می‌شود:

$$x - 10x + 25 - 7 > x + 4x + 4$$

$$\Rightarrow 18 - 4 > 4x + 10x \Rightarrow x \leq -114 > 14x$$

$$\Rightarrow 1 > x \quad \text{جواب} = \{x | x > 1\}$$

از سمت راست تساوی یک ۵ فاکتور می‌گیریم: (۳۴)

$$A = 5 \times \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{19} \right)$$

حالا ابتدا محدوده داخل پیرانتز را حساب می‌کنیم. تعداد کسرهای داخل پیرانتز ۱۰ تا است $\left(\frac{19-10}{1} + 1 = 10 \right)$. اگر تمام کسرهای $\frac{1}{10}$ بودند عبارت داخل پیرانتز برابر با $10 \times \frac{1}{10} = 1$ می‌شد، اما الان بیشتر کسرهای $\frac{1}{10}$ کوچکترند و با همین استدلال اگر تمام کسرهای $\frac{1}{19}$ بود داخل پیرانتز برابر با $10 \times \frac{1}{19} = \frac{10}{19}$ می‌شد، الان بیشتر کسرهای $\frac{1}{19}$ بزرگتر هستند. پس اگر عبارت داخل پیرانتز را برابر B فرض کنیم، داریم:

$$\frac{10}{19} < B < 1 \xrightarrow{\times 5} \frac{50}{19} < 5B < 5$$

$$\xrightarrow{5B=A} \frac{50}{19} < A < 5 \xrightarrow{\frac{50}{19} > \frac{50}{20}} 2,5 < A < 5$$

شاید در ابتدا محاسبات به نظر سخت بیاید اما با نگاهی دقیق متوجه خواهید شد: (۳۵)

$$\left(1 + \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{199} + \frac{1}{200} \right) = 1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right) + \dots + \left(\frac{198}{199} + \frac{1}{199} + \frac{199}{200} \right)$$

$$= \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{199} + \frac{199}{200} = 199 + \frac{199}{200} = 199 \frac{199}{200}$$

عبارت را به شکل ساده‌تری می‌نویسیم: (۳۶)

$$1 \frac{1}{2} \times 1 \frac{1}{3} \times 1 \frac{1}{4} \times \dots \times 1 \frac{1}{x} = 11$$

صورت هر کسر با مخرج کسر بعدی ساده می‌شود، پس داریم:

$$\rightarrow \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{x+1}{x} = 11$$

$$\rightarrow \frac{x+1}{2} = 11 \rightarrow x+1 = 22 \rightarrow x = 21$$

سمت راست تساوی را به صورت عدد مخلوط می‌نویسیم: (۳۷)

$$\frac{18}{7} = 2 + \frac{4}{7} = 2 + \frac{1}{\frac{7}{4}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{3}{4}} = x + \frac{1}{y + \frac{z}{4}} \Rightarrow x = 2, y = 1, z = 3$$

(۳۸)

$$V_{\text{کر}} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (5)^3 = \frac{4}{3} \times 125 \pi = \frac{500}{3} \pi$$

$$S_{\text{کر}} = 4 \pi R^2 = 4 \pi (5)^2 = 4 \times 25 \pi = 100 \pi$$

طول هر قطر وجه به صورت زیر به دست می‌آید: (۳۹)

اگر اضلاع مکعب مستطیل a و b و c باشد:

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{a^2 + c^2} &= 4\sqrt{2} \rightarrow a^2 + c^2 = 32 \\ \sqrt{a^2 + b^2} &= \sqrt{7} \rightarrow a^2 + b^2 = 7 \\ \sqrt{b^2 + c^2} &= \sqrt{11} \rightarrow b^2 + c^2 = 11 \end{aligned} \right\} \rightarrow 2(a^2 + b^2 + c^2) = 50 \rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 25$$

طول قطر اصلی مکعب مستطیل برابر $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ است:

$$\rightarrow \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 5$$

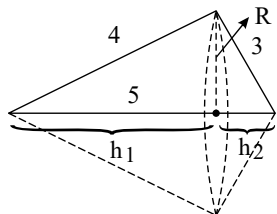
بستنی قیفی از یک مخروط به ارتفاع ۷ و شعاع قاعده ۲ به علاوه یک نیمکره به شعاع ۲ تشکیل شده است. (۴۰)

$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} \times \frac{1}{3} = \text{حجم مخروط}$$

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \times 2^2 \times \pi \times 7 = \frac{1}{3} \times 4 \times 3 \times 7 = 28$$

$$V_{\text{نیمکره}} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 3 \times 2^3 = 16$$

$$\rightarrow V_{\text{مخروط}} + V_{\text{نیمکره}} = 28 + 16 = 44$$



شکل حاصل به صورت روبه‌رو است که دو مخروط هستند که از قاعده به هم چسبیده‌اند.

۴۱

شعاع قاعده همان ارتفاع وارد بر وتر است، پس داریم:

$$R \times 5 = 3 \times 4 \rightarrow R = 2,4$$

شاید فکر می‌کنید که باید ارتفاع هر مخروط را به دست آورد اما این‌طور نیست به روابط زیر دقت کنید:

$$V_1 + V_2 = \frac{1}{3} \times (2,4)^2 \pi \times h_1 + \frac{1}{3} \times (2,4)^2 \pi \times h_2$$

$$= \frac{1}{3} \times (2,4)^2 \pi \times (h_1 + h_2) = \frac{1}{3} \times \left(\frac{12}{5}\right)^2 \pi \times 5 = \frac{1}{3} \times \frac{12 \times 12}{5 \times 5} \pi \times 5 = \frac{48}{5} \pi$$

۴۲

۱۸x: احتمال قهرمانی استقلال ، 9x: احتمال قهرمانی پرسپولیس ، x: احتمال قهرمانی تراکتور

مجموع کل حالات برابر است با: $x + 9x + 18x = 28x$

$$\rightarrow \text{احتمال قهرمانی استقلال} = \frac{18x}{28x} = \frac{18}{28} = \frac{9}{14}$$

با تبدیل تقسیم به ضرب، حاصل عبارت‌ها را به دست می‌آوریم:

الف) $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 36} \div \frac{x + 3}{x + 6} = \frac{(x + 3)^2}{(x - 6)(x + 6)} \times \frac{x + 6}{x + 3} = \frac{x + 3}{x - 6}$

ب) $\frac{x^2 + x - 20}{x - x^2} \times \frac{x^2 - 5x^2}{5x - 20} \div \frac{x^2 - 25x}{1 - x^2}$

$$= \frac{(x-4)(x+5)}{x(1-x)} \times \frac{x(x-5)}{5(x-4)} \times \frac{(1-x)(1-x)}{x(x-5)(x+5)} = \frac{1}{5}$$

تا جایی که امکان دارد ساده می‌کنیم سپس مخرج مشترک می‌گیریم:

الف) $\frac{x-2}{x^2-9} + \frac{x}{x+3} - \frac{2}{2x-6} = \frac{x-2}{(x-3)(x+3)} + \frac{x}{x+3} - \frac{2}{2(x-3)}$

$$= \frac{x-2}{(x-3)(x+3)} + \frac{x(x-3)}{(x-3)(x+3)} - \frac{x+3}{(x-3)(x+3)} = \frac{x-2+x^2-3x-x-3}{(x-3)(x+3)} = \frac{x^2-3x-5}{x^2-9}$$

ب) $\frac{\frac{2}{x} - 1}{\frac{2}{x} + 2} = \frac{\frac{2-x}{x}}{\frac{2+2x}{x}} = \frac{2-x}{2(1+x)} = \frac{2-x}{2} \times \frac{1}{1+x} = \frac{2-x}{2(1+x)}$

۴۳

می‌دانیم مساحت مستطیل یعنی طول ضرب در عرض، پس با تقسیم مساحت بر عرض طول به دست می‌آید.

$$\begin{array}{r} 8x^3 - 125 \quad | \quad -2x + 5 \\ \underline{-4x^2 - 10x - 25} \\ \pm 8x^3 \pm 20x^2 \\ \underline{20x^2 - 125} \\ \pm 20x^2 \pm 50x \\ \underline{50x - 125} \\ \pm 50x \pm 125 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\text{طول} = (-4x^2 - 10x - 25)$$

$$\text{محیط} = 2 \times (\text{عرض} + \text{طول}) = 2 \times (-2x + 5 - 4x^2 - 10x - 25)$$

$$\Rightarrow \text{محیط} = -8x^2 - 24x - 40$$

۴۶) طبق فرض سؤال داریم:

$$n(A) = n(A')$$

$$A \cap A' = \emptyset$$

$$A \cup A' = M$$

از طرفی می‌دانیم:

همچنین می‌دانیم مجموع دو عدد زوج، زوج و مجموع دو عدد فرد نیز زوج می‌شود. پس به طور قطع عدد اصلی مجموعه مرجع عددی زوج است.

۴۷)

$$\text{الف)} 16x^5y^2z^2 - 20x^6y^3z^3 + 12x^5y^2z^2 = 4x^5y^2z^2(4z^2 - 5xyz + 3)$$

$$\text{ب)} x^2 - 10x + 9 = x^2 - 10x + 25 - 16 = (x - 5)^2 - 16$$

$$= (x - 5 - 4)(x - 5 + 4) = (x - 9)(x - 1)$$

در قسمت (ب) می‌شد از اتحاد جمله مشترک هم استفاده کرد اما این راه حل سعی داشت ایده‌ای منتقل کند.

$$\text{ج)} 27x^3 + 1 = (3x + 1)(9x^2 - 3x + 1)$$

$$\text{د)} a^6 + 9b^6 = a^6 + 9b^6 + 6a^3b^3 - 6a^3b^3 = (a^2 + 3b^2)^3 - 6a^3b^3$$

$$= (a^2 + 3b^2 + \sqrt{6ab})(a^2 + 3b^2 - \sqrt{6ab})$$

۴۸) ابتدا محل برخورد دو خط $2x - y = 7$ و $3x - 4y = 3$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x - 4y = 3 \end{cases} \xrightarrow{\times(-4)} \begin{cases} -8x + 4y = -28 \\ 3x - 4y = 3 \end{cases} \xrightarrow{+} -5x = -25$$

$$\Rightarrow x = 5 \xrightarrow{2x-y=7} 2 \times 5 - y = 7 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

حالا شیب خط $3x - 2y = 7$ را به دست می‌آوریم:

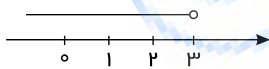
$$3x - 2y = 7 \Rightarrow 2y = 3x - 7 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2} \Rightarrow \text{شیب} = \frac{3}{2}$$

حالا معادله خط را می‌نویسیم:

$$y - 3 = \frac{3}{2}(x - 5) \Rightarrow y - 3 = \frac{3}{2}x - \frac{15}{2} \Rightarrow 2y = 3x - 9$$

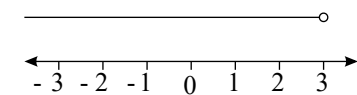
۴۹)

ابتدا نامعادله‌ها را حل می‌کنیم سپس جواب را روی محور نشان می‌دهیم:



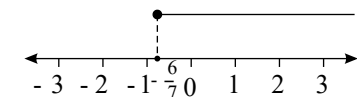
$$\text{الف)} 2(5x - 3) < 5x + 9 \Rightarrow 10x - 6 < 5x + 9$$

$$\Rightarrow 10x - 5x < 9 + 6 \Rightarrow 5x < 15 \Rightarrow x < 3$$



$$\text{ب)} \frac{x+1}{2} + \frac{x}{3} \geq \frac{x}{4} \xrightarrow{\times 12} 6x + 6 + 4x \geq 3x$$

$$\Rightarrow 10x - 3x \geq -6 \Rightarrow 7x \geq -6 \Rightarrow x \geq -\frac{6}{7}$$



۵۰) نقطه تقاطع بر روی محور طولها است، یعنی $y = 0$ است پس ابتدا تقاطع آن را با $x + y = 5$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} y = 0 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow x + 0 = 5 \Rightarrow \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{AP}{AB} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{عكس قضيه تالس}} NP \parallel BC \rightarrow \frac{PN}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{BM}{BC} = \frac{BP}{AB} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{عكس قضيه تالس}} MP \parallel AC \rightarrow \frac{MP}{AC} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{MC}{CB} = \frac{CN}{AC} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{عكس قضيه تالس}} MN \parallel AB \rightarrow \frac{MN}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} BC = 2PN \\ AC = 2MP \\ AB = 2MN \end{array} \right\} \rightarrow \underline{AB + AC + BC} = 2(PN + MP + MN)$$

$$\rightarrow \text{محيط } \triangle ABC = 2 \times (\text{محيط } \triangle PMN)$$

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = |x| + |y| = -x + y$$

$$\sqrt{3} < \sqrt{4} \Rightarrow \sqrt{3} < 2 \Rightarrow 2 - \sqrt{3} > 0$$

$$|2 - \sqrt{3}| - |2 + \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3} - 2 - \sqrt{3} = -2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{2} \approx 1,4, \frac{5}{4} = 1,25 \Rightarrow \sqrt{2} < \frac{5}{4} \Rightarrow \sqrt{2} - \frac{5}{4} < 0$$

$$\left| \frac{1}{4} + \sqrt{2} - 3 \right| = \left| \sqrt{2} - \frac{5}{4} \right| = \frac{5}{4} - \sqrt{2}$$

$$a < 0, b > 0 \Rightarrow ab < 0 \Rightarrow \sqrt{(ab)^2} = |ab| = -ab$$

$$\sqrt{10} > 1 \Rightarrow 1 - \sqrt{10} < 0$$

$$\sqrt{(1 - \sqrt{10})^2} = |1 - \sqrt{10}| = \sqrt{10} - 1$$

الف) $3 + 4 + 9 = 16$

ب) $4 - 4 - 2 - 0 = 16 - 2 = 14$

پ) $|0,1^5 - 0,1^4| = \left| \frac{1}{100000} - \frac{1}{10000} \right| = 0,1^4 - 0,1^5$

الف) $|-2\sqrt{8}| = -(-2\sqrt{8}) = +2\sqrt{8}$

ب) $4\sqrt{3} = \sqrt{48} > \sqrt{36} \Rightarrow 4\sqrt{3} > 6 \Rightarrow 6 - 4\sqrt{3} < 0 \Rightarrow |6 - 4\sqrt{3}| = -(6 - 4\sqrt{3}) = 4\sqrt{3} - 6$

ج) $|\sqrt{13} + 0| = |\sqrt{13}| = \sqrt{13}$

$a = -2 \Rightarrow |a| + a = |-2| - 2 = -2 + 2 = 0$

$a = 0 \Rightarrow |a| + a = 0$

$a = 2 \Rightarrow |a| + a = |2| + 2 = 2 + 2 = 4$

نکته: محیط برابر مجموع اضلاع دور شکل مورد نظر می‌باشد.

۶۵

۶۶

۶۷

۶۸

۶۹

۷۰

۷۱

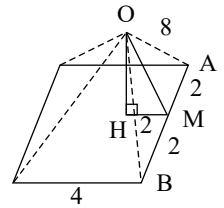
۷۲

این عبارت به ازای هیچ مقداری از a منفی نمی‌شود.

درست ۷۳

۷۴

بنابر قضیه فیثاغورث داریم:



$$OA^2 = AM^2 + OM^2 \Rightarrow 8^2 = 2^2 + OM^2$$

$$\Rightarrow OM^2 = 64 - 4 = 60$$

$$\Rightarrow OM = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$$

$$OM^2 = HM^2 + OH^2 \Rightarrow 60 = 2^2 + OH^2$$

$$\Rightarrow OH = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$$

$$\text{حجم هرم} = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \times 4^2 \times \sqrt{56} = \frac{1}{3} \times 4^2 \times 2\sqrt{14} = \frac{32}{3}\sqrt{14} \text{ cm}^3$$

۷۵

$$S = 4\pi R^2 \Rightarrow 4\pi R^2 = 144\pi \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow 4R^2 = 144 \Rightarrow R^2 = 36 \Rightarrow R = 6 \text{ cm}$$

$$\text{حجم کره} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 6^3 = 288\pi \text{ cm}^3$$

۷۶

$$\text{حجم نیم کره} V = \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3} \times \pi \times 9^3 = \frac{2}{3} \times \pi \times 729 = 486\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم استوانه} V = \pi r^2 h = \pi \times 9^2 \times h = 486$$

$$\Rightarrow h = \frac{486}{81} = 6 \rightarrow h = 6 \text{ cm}$$

۷۷

$$\frac{V}{S} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2} = \frac{\cancel{4} \times \cancel{\pi} \times r \times \cancel{r} \times \cancel{r}}{\cancel{4} \times \cancel{\pi} \times \cancel{r} \times \cancel{r}} = \frac{r}{3}$$

۷۸

$$\text{قطر کره} = 12 \Rightarrow R = 6$$

$$\text{حجم کره (الف)} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 6^3 = 864\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم استوانه (ب)} = \pi R^2 h = \pi \times 6^2 \times 12 = 432\pi \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \text{حجم فضای بین کره و استوانه} = 864\pi - 432\pi = 432\pi \text{ cm}^3$$

۷۹ نادرست

شعاع کره = شعاع قاعده استوانه
 ارتفاع استوانه = قطر کره
 به دلیل محاط بودن کره در استوانه

$$\text{حجم استوانه} = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} \Rightarrow \pi R^2 \times 2R = 2\pi R^3 \Rightarrow \frac{2\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3}{2}$$

حجم استوانه ۱٫۵ برابر حجم کره است.

۸۰

$$x^2 + 4x + 7 \left| \begin{array}{l} x - 2 \\ x + 6 \end{array} \right. \text{ خارج قسمت}$$

$$\text{قرینه شده} \quad -x^2 + 2x$$

$$\hline 6x + 7$$

$$\text{قرینه شده} \quad -6x + 12$$

$$\hline 19$$

باقی مانده

۸۱

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 8x - 5 \mid x + 2 \quad 11 \\ \underline{-3x^2 - 6x} \\ 2x - 5 \\ \underline{-2x - 4} \\ -9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x^6 - 3x^5 + x^4 + 5 \mid -x^3 + 1 \\ \underline{-(4x^6 - 4x^5)} \\ -3x^5 + 4x^4 + x^3 + 5 \\ \underline{-(-3x^5 + 3x^4)} \\ 4x^3 + x^3 - 3x + 5 \\ \underline{-(4x^3 - 4)} \\ x^3 - 3x + 9 \end{array}$$

۸۲

۱- درجه‌ی عبارت باقی‌مانده از درجه‌ی مقسوم‌علیه کمتر است.
-۲

$$(-x^3 + 1)(-4x^5 + 3x + 4) + (x^3 - 3x + 9) = 4x^6 - 3x^5 + x^4 + 5$$

۸۳

ارتفاع \times مساحت قاعده $\times \frac{1}{3}$ = حجم مخروط

$$V = \frac{r^2 \pi h}{3} \rightarrow V = \frac{6 \times \cancel{r} \times \pi \times 10}{3} = 120\pi cm^3$$

۸۴ چون x صدگان و y دهگان و z یکان است:

$$xyz = 100x + 10y + z$$

$$\frac{xyz}{x+y+z} = \frac{100x + 10y + z}{x+y+z} = \frac{10(x+y+z)}{x+y+z} + \frac{90x - 9z}{x+y+z} = 10 + \frac{9(10x - z)}{x+y+z}$$

برای اینکه حاصل عبارت مقابل کوچکترین شود باید مقدار صورت کسر کمترین و مقدار مخرج بیشترین شود.

$10x - z$ زمانی کمترین مقدار می‌شود که $x = 1$ و $z = 9$ باشد.

$x + y + z$ زمانی بیشترین مقدار می‌شود که $y = 8$ باشد چون طبق صورت سوال سه رقم با هم متفاوت هستند.

$$10 + \frac{9(10x - z)}{x+y+z} = 10 + \frac{1}{2}$$

۸۵

$$\frac{(x-1)}{(x-3)(x-1)} \times \frac{(x-3)(x+3)}{x} = \frac{x+3}{x}$$

۸۶

$$\begin{aligned} \frac{2x^2 - 16 - (x-2)(x+4)}{(x-2)(x+2)} &= \frac{2x^2 - 16 - x^2 - 2x + 8}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2 - 2x - 8}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{(x+2)(x-4)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x-4}{x-2} \end{aligned}$$

۸۷ تنها عبارت «د» قابل ساده شدن است.

$$\frac{a(a-5)}{a} = a-5$$

۸۸

$$\text{الف)} \quad \frac{x}{x^2 + y^2} - \frac{y(x-y)^2}{x^2 - y^2} = \frac{x(x^2 - y^2) + y(x-y)^2}{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)} = \frac{(x-y)[x(x+y) - y(x-y)]}{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)} = \frac{(x-y)(x^2 + y^2)}{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}$$

$$ب) \frac{x+7}{ax-bx} + \frac{y+9}{by-ay} = \frac{y(x+7) - x(y+9)}{xy(a-b)} = \frac{7y-9x}{xy(a-b)}$$

$$ج) \frac{a^r - ab^r + a^r b - b^r}{a^r - b^r} = \frac{ab(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{ab}{a+b}$$

$$د) \frac{4+x^2-2x}{2+x} - 2 - x = \frac{4+x^2-2x-2(2+x)-x(2+x)}{2+x} = \frac{-6x}{2+x}$$

۸۹ نادرست - زیرا این مقدار منجر به صفر نمی‌کند.

۹۰

۹۱

$$2x + 8 = 0 \rightarrow 2x = -8 \rightarrow x = -4$$

$$\frac{(x+3)(x-2)}{(x-3)(x-2)} = \frac{(x+3)}{(x-3)}$$

۹۲ نادرست چون متغیر زیر رادیکال است.

۹۳ از معادله اول y را به دست آورده و در معادله دوم جایگزین می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2x - y = 7 \Rightarrow y = 2x - 7 \\ -3x + 4y = -3 \Rightarrow -3x + 4(2x - 7) = -3 \end{cases}$$

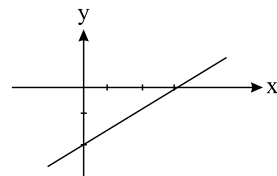
$$\Rightarrow -3x + 8x = -3 + 28 = 25 \Rightarrow 5x = 25 \Rightarrow x = 5$$

$$y = 2 \times 5 - 7 \Rightarrow y = 3$$

۹۴ دو نقطه از خط را به دست آورید و خط را رسم می‌کنیم:

$$y = \frac{2}{3}x - 2$$

x	۰	۳
y	-۲	۰
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$



۹۵ چون از مبدأ می‌گذرد، پس معادله‌ای به فرم $y = ax$ دارد.

$$y = ax \rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \rightarrow 3 = a \times 2 \Rightarrow a = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2}x$$

۹۶ بی‌شمار جواب دارد. برای هر مقدار x مقداری برای y می‌توان به دست آورد.

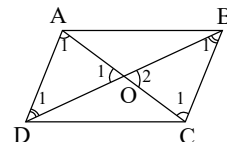
$$x = 0 \Rightarrow 2 \times 0 + y = 6 \Rightarrow y = 6$$

$$x = 1 \Rightarrow 2 \times 1 + y = 6 \Rightarrow y = 4$$

نکته: در واقع روی یک خط بی‌شمار نقطه قرار دارد.

۹۷

فرض: $\begin{cases} AB = DC \\ AD = BC \end{cases}$ حکم: $\begin{cases} AO \parallel OC \\ BO \parallel OD \end{cases}$



$$\left. \begin{array}{l} AD \parallel BC, \text{ مورب } \Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{B}_1 \\ AB \parallel DC, \text{ مورب } \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{C}_1 \\ AD = BC \text{ اضلاع متوازی الاضلاع با هم برابرند.} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ر.ض.)}} \triangle AOD \cong \triangle BOC \Rightarrow \text{اجزای متناظر} \begin{cases} AO = OC \\ BO = OD \end{cases}$$

نکته: هر خط موربی دو خط موازی را قطع کند، زاویه‌های تند آن با هم برابر هستند.

۹۸ نادرست، فرض مسئله هستند.

۹۹

$$\text{فرض: } \begin{cases} \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ \\ AB = DC, AD = BC \\ AB \parallel DC, AD \parallel BC \end{cases} \quad \text{حکم: } AC = BD$$

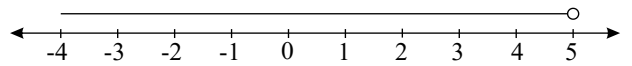
۱۰۰ زاویه \hat{A} و \hat{C} هر دو محاطی و مقابل به کمان \widehat{BD} هستند. پس: $\hat{A} = \hat{C}$.
نکته: همواره زاویه محاطی روبه‌رو به یک کمان با هم برابرند.

۱۰۱

$$3x - 12 + 5 < 3 - 2x \Rightarrow 3x + 2x < 3 + 12 - 5 \Rightarrow 5x < 10 \Rightarrow x < 2$$

۱۰۲

$$2x - 1 < x + 4 \Rightarrow 2x - x < 4 + 1 \Rightarrow x < 5$$



۱۰۳ درست

۱۰۴

$$\left. \begin{array}{l} 85 \times 3 = 255 \\ 65 \times 3 = 195 \end{array} \right\} \Rightarrow 255 + 195 = 450$$

$$450x < 4500 \Rightarrow x < 10$$

این دو نفر حداقل ۴۵۰ کیلوکالری انرژی نیاز دارند.

کمتر از ۱۰ روز یعنی حداکثر ۹ روز دوام می‌آورند.

۱۰۵ به کمک اتحاد یک جمله مشترک تجزیه می‌کنیم.

$$m^2 - 3m - 10 = (m - 5)(m + 2)$$

۱۰۶

$$x^2 + 8x + 15 = (x + 5)(x + 3) \quad (\text{اتحاد جمله مشترک})$$

۱۰۷

$$(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2}) \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} 5 - 2 = 3$$

۱۰۸ به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای به دست می‌آوریم.

$$(2a^2 + 3b^2)^2 = 4a^4 + 12a^2b^2 + 9b^4$$

۱۰۹ با توجه به اتحاد مزدوج داریم:

$$(-5y + t)(t + 5y) = t^2 - 25y^2$$

۱۱۰ با استفاده از اتحاد مزدوج تجزیه می‌کنیم سپس محاسبات را انجام می‌دهیم.

$$850^2 - 750^2 = (850 - 750)(850 + 750) = 100 \times 1600 = 160000$$

۱۱۱

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq -4\} \text{ یا } B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < -3\}$$

۱۱۲

$$\left. \begin{array}{l} y = 7 \\ x + y = 9 \end{array} \right\} \Rightarrow x + 7 = 9 \Rightarrow x = 2$$

۱۱۳ الف) نادرست، مثلاً عدد گویای $-\frac{1}{3}$ را در نظر بگیرید، $-\frac{1}{3}$ عددی حسابی نیست.

ب) درست، هر عدد حسابی a را می‌توان به صورت $\frac{a}{1}$ (با دادن مخرج ۱، به آن) نوشت. $\frac{a}{1} \in \mathbb{Q}$

ج) درست، با دادن مخرج ۱، به هر عدد صحیح، این عبارت به وضوح درست است.

د) درست، عددهای گویایی که مخرج آن‌ها ۱ است همگی عدد صحیح هستند.

۱۱۴

$$2x + 1 = 3 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 2x + 1 = 3\} = \{1\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow 2x = 0 \\ x = 2 \Rightarrow 2x = 4 \\ x = 3 \Rightarrow 2x = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow B = \{2x \mid x = 0, 2, 3\} = \{0, 4, 6\}$$

پس زیرمجموعه‌های A ، $\{1\}$ و $\{0, 4, 6\}$ هستند، و زیرمجموعه‌های B : $\{0, 4, 6\}$ ، $\{0, 6\}$ ، $\{0, 4\}$ ، $\{6\}$ ، $\{4\}$ ، $\{0\}$ هستند.

۱۱۵ بیست و دو عدد اول را لیست کرده‌ایم:

۱۲، ۵، ۲۹، ۸۵، ۸۹، ۱۴۵، ۴۲، ۲۰، ۴، ۱۶، ۳۷، ۵۸، ۸۹، ۱۴۵، ۴۲، ۲۰، ۴، ۱۶، ۳۷، ۵۸، ۸۹

یعنی اعداد ۸۹، ۱۴۵، ۴۲، ۲۰، ۴، ۱۶، ۳۷ و ۵۸ از عدد پنجم به بعد مرتباً تکرار می‌شود. یعنی اعداد ۶ام و ۱۱ام و ۲۲ام و ۳۰ام و ۳۸ام و... ۱۹۹۸ام همگی ۸۹ هستند بنابراین عدد ۲۰۰۵ برابر با ۵۸ است.

$$(\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{75}) \div \sqrt{3} = (\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3}) \div \sqrt{3} = 8$$

$$5\sqrt{2} + 3\sqrt{54} - 4\sqrt{128} = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{27 \times 2} - 4\sqrt{64 \times 2} = 5\sqrt{2} + 9\sqrt{2} - 16\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$$

$$\frac{5}{5} - \frac{2\sqrt{4 \times 5}}{5} + \frac{4}{\sqrt{5}} = 1 - \frac{4\sqrt{5}}{5} + \frac{4}{\sqrt{5}} = 1 - \frac{4\sqrt{5}}{5} + \frac{4\sqrt{5}}{5} = 1$$

۱۱۹ طبق رابطه فیثاغورس در مثلث $AQM = A$ مقدار QM را به دست می‌آوریم:

$$ABCD \text{ ضلع} = \sqrt{S} = \sqrt{100} = 10$$



$$\text{ضلع } MNPQ : 5^2 + 5^2 = a^2 \Rightarrow 50 = a^2 \Rightarrow a = 5\sqrt{2}$$

$$MNPQ \text{ محیط} = 4 \times 5\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$$

۱۲۰ در یکی از مثلث‌های قائم‌الزاویه به اضلاع a, h و $\frac{a}{2}$ طبق قضیه فیثاغورس داریم:

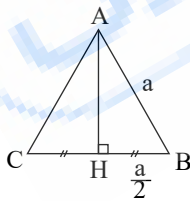
$$a^2 = h^2 + \frac{a^2}{4} \rightarrow a^2 - \frac{a^2}{4} = h^2 \Rightarrow \frac{3a^2}{4} = h^2 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

حال مساحت را بر حسب a می‌نویسیم:

$$S = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a \times a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$\sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{8 \times 2} = \sqrt{16} = 4$$

$$\frac{\sqrt[3]{16} \times \sqrt[3]{20}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 20}{5}} = \sqrt[3]{16 \times 4} = \sqrt[3]{64} = 4$$



۱۲۴ ابتدا رابطه فیثاغورس را در مثلث AHB می‌نویسیم:

$$AH^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\text{نسبت خواسته شده} = \frac{AC}{AH} = \frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}a} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{|a-b|}{a-b} \xrightarrow{a>b \Rightarrow a-b>0} \frac{a-b}{a-b} = 1$$

۱۲۶

$$\frac{a \times b^2 \sqrt[3]{9 \times c^6 \times c} \times \frac{1}{d^9}}{\frac{a}{b} \sqrt{\frac{c^2 \times c^2}{3}}} = \frac{a \times b^2 \times c^3 \sqrt[3]{9c}}{d^9} = \frac{a}{bc} \sqrt[3]{\frac{1}{3c^2}}$$

$$= \frac{A \times b^2 \times c^3}{d^9} \times \frac{\sqrt[3]{9c}}{1} = \frac{b^2 c^3}{d^9} \times \sqrt[3]{27c^3} = 3 \left(\frac{bc}{d}\right)^3 \times c = \frac{3b^2 c^4}{d^9}$$

$$\text{الف)} 6 \times \sqrt[3]{64} = 6 \times 4 = 24$$

$$\text{ب) } \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{4 \times 10}}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = 2$$

$$\text{پ) } \frac{\sqrt[3]{18} \times \sqrt[3]{12} \times \sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{216} = 6$$

$$\text{الف) } \sqrt{25 \times 6} = 5\sqrt{6}$$

$$\text{ب) } \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5}$$

$$\text{ج) } \sqrt{6 \times 4} = 2\sqrt{6}$$

$$\text{د) } \sqrt{(\delta^3)^2} = \sqrt{\delta^6} = \delta^2 = 25$$

۱۲۸ دو عدد را به صورت توانی از $\frac{1}{3}$ می‌نویسیم چون $\frac{1}{3}$ عددی بین صفر و یک است، هرچه توان کوچک‌تری داشته باشد حاصل بزرگ‌تر است.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{10} = 3^{-10} < 3^{-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^1$$

$$1,2 \times 10^{-4} \times 0,3 \times 10^9 = 0,36 \times 10^5 = 3,6 \times 10^{-1} \times 10^5 = 3,6 \times 10^4$$

۶۱۸۰۰۰

$$\text{الف) } 5^{x+3} = 5^7 \Rightarrow x+3=7 \Rightarrow x=4$$

$$\text{ب) } 7^{9+x} = 7^6 \Rightarrow 9+x=6 \Rightarrow x=-3$$

$$0,25 = \frac{1}{4} = 4^{-1}$$

$$\text{الف) } 8^{11} \times \frac{5^{11}}{8^{11}} = 5^{11}$$

$$\text{ب) } \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^{10}}{\left(\frac{3}{4}\right)^7} = \left(\frac{3}{4}\right)^3$$

$$\text{الف) } (2,5)^{10} = \left(\frac{5}{2}\right)^{10}$$

$$\text{ب) } 3^7 \times 3 \times 3^6 = 3^{12}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^4} = \frac{1}{\frac{16}{81}} = \frac{81}{16}$$

$$(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8}$$

۱۲۸

۱۲۹

۱۳۰

۱۳۱

۱۳۲

۱۳۳

الف) نادرست، زیرا: $1,02 \times 10^{-5} = 0,0000102$

ب) درست

ج) درست

د) درست

ه) نادرست، زیرا: $7,004 \times 10^{-2} = 0,07004$

و) درست

۱۳۴

۱۳۵

۱۳۶

۱۳۷

ابتدا صورت و مخرج را جداگانه محاسبه می‌کنیم.

صورت:

رئالی پایه نهم متوسطه

مخرج:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}, \quad (5,6)^\circ = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{81}{16} \times \left(-\frac{1}{8}\right)}{\frac{1}{8} \times 1} = -\frac{81}{16}$$

$$\frac{1}{8}, \frac{1}{125}, 8, 4, 49, -1, 1, \frac{1}{16}$$

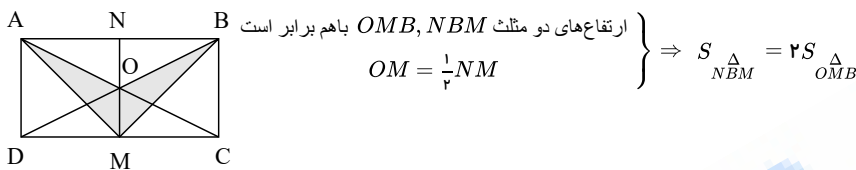
$$49 > 8 > 4 > 1 > \frac{1}{8} > \frac{1}{16} > \frac{1}{125} > -1$$

$$(-7)^2 > 2^3 > \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} > 1^{-90} > 2^{-3} > (-2)^{-4} > 5^{-3} > (-1)^{21}$$

۱۳۸ اعداد را بدون توان می‌نویسیم:

اعداد را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۱۳۹ $ON = OM \Leftrightarrow$ نقطه تقاطع قطرهای مستطیل است



$$S_{\triangle NMB} = \frac{1}{2} S_{\square NBCM} \Rightarrow S_{\square NBCM} = \frac{1}{2} S_{\square ABCD}$$

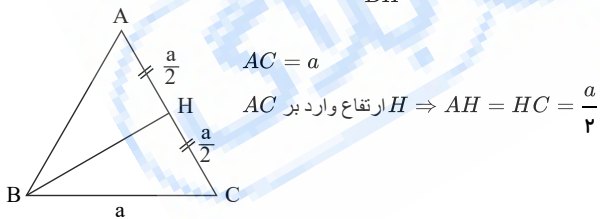
در نتیجه مساحت قسمت هاشورزده $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ مساحت مستطیل است.

۱۴۰ خطوط مماس بر دایره در نقطه تماس با شعاع عمودی است.

فرض $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$ حکم: $BC = AD$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ متقابل به رأس} \\ OA = OB \text{ شعاع} \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ضد)}} \triangle OAD \cong \triangle OBC \Rightarrow AD = BC$$

فرض $AB = BC = AC = a$ حکم: $\frac{a}{BH} = ?$



$$H = 90^\circ$$

$$BH^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow BH = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$\frac{\text{ضلع مثلث}}{\text{ارتفاع}} = \frac{a}{BH} = \frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2} a} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C}_1 = \hat{A}_2 = 90^\circ \\ \hat{A}_1 = \hat{C}_2 = 35^\circ \\ AC = AC : \text{مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ضد}} \triangle ABC \cong \triangle ADC$$

$$\xrightarrow{\text{اجزای متناظر با هم برابرند}} AD = BC$$

۱۴۳ چهارضلعی ABCD لوزی است پس اضلاع آن با هم برابر هستند از جمله داریم: $AB = AC$ یعنی مثلث متساوی‌الساقین است و چون قطرهای لوزی همدیگر را نصف می‌کنند بنابراین AO میانه وارد بر ضلع BC در مثلث ABC است.

از طرفی می‌دانیم در هر مثلث متساوی‌الساقین میانه وارد بر ضلع سوم بر نیمساز آن زاویه منطبق است یعنی AO نیمساز \hat{A} نیز هست. پس $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{فرض } AB = AC \\ \text{مشترک } AM \\ \text{نیمساز } \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \text{برابری اجزا} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض)}} \triangle ABM \cong \triangle ACM$$

$$\xrightarrow{\text{برابری اجزا}} MB = MC$$

فاصله این دو نقطه در اندازه واقعی $\leftarrow x = 6000$

نقشه $\rightarrow \frac{1}{2000} = \frac{3}{x}$

واقعی $\rightarrow \frac{1}{2000} = \frac{3}{x}$

۱۴۴

۱۴۵ اثبات: ابتدا نشان می‌دهیم $\triangle AFD$ و $\triangle BEC$ هم‌نهشت هستند:

چهارضلعی که همه زاویه‌های آن قائمه هستند مستطیل است. پس: $AD = BC$ (در مستطیل، ضلع‌های روبه‌رو برابرند)

$$\left. \begin{array}{l} AF = BE \\ AD = BC \\ \hat{D} = \hat{C} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \triangle ADF \cong \triangle BCE$$

برابری اجزای متناظر $\rightarrow DF = EC$

۱۴۶ نسبت تشابه آنها را می‌نویسیم، داریم:

$$\frac{6}{3} = \frac{4}{2} = \frac{3x-4}{4} \Rightarrow 3x-4=8 \Rightarrow 3x=12 \quad x=4$$

۱۴۷

ضلع کوچک $\frac{4}{5} = \frac{x}{25} \Rightarrow x = 20 \text{ cm}$

ضلع کوچکتر $\frac{4}{5} = \frac{x}{25} \Rightarrow x = 20 \text{ cm}$

۱۴۸ هر $150000,1 \text{ cm}$ سانتی‌متر در اندازه واقعی است. پس داریم:

نقشه $\rightarrow \frac{1}{150000} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = 300000 \text{ cm} = 3000 \text{ m} = 3 \text{ km}$

واقعی $\rightarrow \frac{1}{150000} = \frac{2}{x}$

فاصله خانه آنها برابر 3 km می‌باشد.

۱۴۹

حکم: $AM = AN$ ABC متساوی‌الساقین: فرض

$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \\ \hat{B} = \hat{C} \\ BM = NC \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض}} \triangle ABM \cong \triangle ACN$$

طبق داده مسأله: $BM = NC$

اجزای متناظر $\Rightarrow AM = AN$

پس $\triangle AMN$ هم متساوی‌الساقین است.

۱۵۰ برابر

۱۵۱ الف

$$\hat{B}' + 45^\circ + \hat{A}' = 180^\circ \xrightarrow{\hat{B}'=90^\circ} 90^\circ + 45^\circ + \hat{A}' = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}' = 180^\circ - 135^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}' = 45^\circ$$

$$\hat{O}_1 \text{ متقابل به رأس} \Rightarrow \hat{A} = \hat{A}' = 45^\circ$$

(ب) از اینکه دو زاویه برابر در هر مثلث وجود دارد نتیجه می‌شود مثلث، متساوی‌الساقین است. یعنی:

$$B'A' = B'O = 2 \Rightarrow x^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 \Rightarrow x = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$BO = AB = 4 \Rightarrow y^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 \Rightarrow y = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

(ج) سه زاویه در هر مثلث نظیر به نظیر برابرند، حال نسبت اضلاع را به دست می‌آوریم:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \frac{OB'}{OB} = \frac{1}{2} \quad \frac{OA'}{OA} = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

نسبت اضلاع نیز با هم برابر است. بنابراین دو مثلث متشابه‌اند.

۱۵۲ نسبت تشابه اضلاع با هم برابر است. بنابراین:

$$\frac{3}{6x} = \frac{4}{8} = \frac{5}{x+9}$$

$$\frac{3}{6x} = \frac{4}{8} \Rightarrow \frac{1}{2x} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 = 2x \Rightarrow x = 1$$

اگر از تساوی دیگر هم استفاده می‌کردیم مقدار x برابر ۱ می‌شد:

$$6 = \sqrt{36} < \sqrt{39} < \sqrt{49} = 7 \Rightarrow 17 + 6 < 17 + \sqrt{39} < 17 + 7$$

$$\Rightarrow 23 < 17 + \sqrt{39} < 24$$

۱۶۵ عدد $\pi + 2$ عددی گنگ است. چون مجموع هر عدد گنگ و عددی گویا حاصل عددی گنگ است.

عدد $\sqrt{7,6}$ عددی گنگ است ($7,6$ مربع کامل نیست) چون حاصل جذر عددی طبیعی نیست.

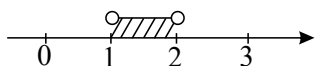
اعداد $17, 0, \frac{-9}{11}$ گویا هستند.

عدد $\sqrt{2}$ عددی گویاست و برابر $\frac{29}{9}$ است.

عدد $\sqrt{19}$ گنگ است.

و همگی این اعداد عضو اعداد حقیقی هستند.

۱۶۶



۱۶۷ ابتدا مخرج کسرها را یکسان می‌کنیم تا بتوانیم آنها را مقایسه کنیم.

$$\text{الف) } \frac{7}{8}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 2, -\frac{3}{5}, \frac{5}{6} \rightarrow \frac{21}{24}, -\frac{16}{24}, \frac{18}{24}, 2, -\frac{3}{5}, \frac{5}{6}$$

$\times \frac{3}{3}$

$\times \frac{8}{8}$

$\times \frac{6}{6}$

$$\text{بنابراین: } 2 > \frac{7}{8} > \frac{3}{4} > -\frac{2}{3} > -\frac{5}{6}$$

ب) $\frac{16}{7}, -\frac{3}{4}, 2, 75, -\frac{5}{6}, \frac{3}{5}, \frac{56}{13}$

$$\text{می‌دانیم: } \frac{16}{7} = \frac{2}{7}, \frac{56}{13} = \frac{4}{13}$$

$$\left. \begin{aligned} 0,75 > \frac{2}{7} &\Rightarrow 2,75 > 2 \frac{2}{7} = \frac{16}{7} \\ \frac{3}{4} > \frac{4}{13} &\Rightarrow \frac{3}{4} > \frac{4}{13} = \frac{56}{13} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{3}{4} > \frac{56}{13} > 2,75 > \frac{16}{7}$$

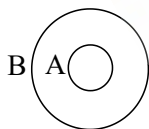
$$\text{و چون } -\frac{3}{4} = \frac{-9}{12} \text{ و } -\frac{5}{6} = \frac{-10}{12} \text{، بنابراین:}$$

$$\frac{3}{4} > \frac{56}{13} > 2,75 > \frac{16}{7} > -\frac{3}{4} > -\frac{5}{6}$$

۱۶۸ طبق نمودار ون داریم:

$$A \cap B = A$$

$$A \cup B = B$$



۱۶۹

الف) اعضای مجموعه مشخص نیست.

ب) $\{8, 16, 24, \dots\}$: مجموعه مضرب‌های طبیعی ۸

ج) $\{20, 21, 22, 23\}$: ۴ عدد متوالی با شروع از ۲۰

د) $\{11, 13, \dots, 97\}$: عددهای اول دورقمی

ه) اعضای مجموعه مشخص نیست.

و) اعضای مجموعه مشخص نیست.

۱۷۰ $\frac{1}{2}$ در پرتاب یک تاس کل تعداد حالت ممکن برابر ۶ است. $n(S) = 6$ است. اعداد زوج در تاس شامل اعداد $A = \{2, 4, 6\}$ هستند که ۳ حالت را شامل می‌شوند. بنابراین احتمال آن برابر

است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

۱۷۱ در پرتاب یک تاس می‌دانیم:

$$n(S) = 6$$

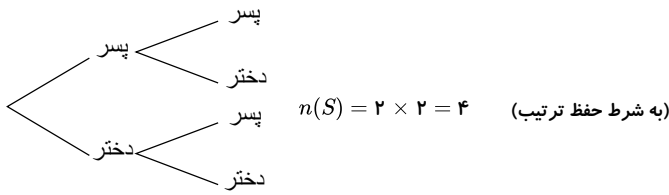
عدد مضرب ۳ موجود در تاس:

در نتیجه احتمال آن برابر است با:

$$A = \{۳, ۶\} \Rightarrow n(A) = ۲$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

مجموعه همه حالت‌های ممکن به صورت زیر است: **۱۷۲**



ب) حالت‌هایی که ممکن است این خانواده یک فرزند پسر و یک فرزند دختر داشته باشد:

$$A = \{(پسر و دختر), (دختر و پسر)\} \Rightarrow n(A) = ۲$$

بنابراین احتمال آن برابر است با:

$$P = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}$$

تهی **۱۷۳**

نمی‌دهد. چون به طور دقیق مشخص نکرده که کدام دو عدد اول! **۱۷۴**

$$۲۰ = \{۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹\}$$

درست. **۱۷۵**

۱۷۶

الف
$$\left. \begin{aligned} ۷A &= ۷^۷ + ۷^۸ + \dots + ۷^{۲۱} \\ A &= ۷^۶ + ۷^۷ + \dots + ۷^{۲۰} \end{aligned} \right\} \Rightarrow ۷A - A = ۷^{۲۱} - ۷^۶ \Rightarrow ۶A = ۷^{۲۱} - ۷^۶ \Rightarrow A = \frac{۷^{۲۱} - ۷^۶}{۶}$$

ب
$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{۵} + \frac{1}{۵^۲} + \dots \\ ۵A &= 1 + \frac{1}{۵} + \frac{1}{۵^۲} + \dots \end{aligned} \right\} \Rightarrow ۵A - A = 1 \Rightarrow ۴A = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{۴}$$

۱۷۷

الف
$$\frac{1}{۳^{-۱} + ۷^{-۱}} = \frac{1}{\frac{1}{۳} + \frac{1}{۷}} = \frac{1}{\frac{۷ + ۳}{۲۱}} = \frac{۲۱}{۱۰} = \frac{۳ \times ۷}{۲ \times ۵}$$

ب
$$\left(\frac{۲۱}{۱۰}\right)^{-۴} \times \left(\frac{۶۳}{۲۰}\right)^{-۴} = \left(\frac{۳ \times ۷}{۲ \times ۵}\right)^{-۴} \times \left(\frac{۳^۲ \times ۷}{۲^۲ \times ۵}\right)^{-۴} = \frac{۳^{-۴} \times ۷^{-۴}}{۲^{-۴} \times ۵^{-۴}} \times \frac{۳^۸ \times ۷^۴}{۲^۸ \times ۵^۴} = \frac{۳^۴}{۲^۴} = \left(\frac{۳}{۲}\right)^۴$$

همان طور که می‌دانید هنگامی که عبارتی از رادیکال خارج می‌شود، داخل قدرمطلق قرار می‌گیرد. **۱۷۸**

الف
$$\sqrt{(1 - \sqrt{۲})^۲} = |1 - \sqrt{۲}| = \sqrt{۲} - 1$$

ب
$$\sqrt{۲۷} > \sqrt{۲۵} \Rightarrow ۳\sqrt{۳} > ۵ \Rightarrow ۳\sqrt{۳} - ۵ > ۰$$

$$\sqrt{(۳\sqrt{۳} - ۵)^۲} = \sqrt{(\sqrt{۲۷} - \sqrt{۲۵})^۲} = |\sqrt{۲۷} - \sqrt{۲۵}| = \sqrt{۲۷} - \sqrt{۲۵} = ۳\sqrt{۳} - ۵$$

ب
$$\sqrt{۹} > \sqrt{۸} \Rightarrow ۳ > \sqrt{۸} \Rightarrow ۳ > ۲\sqrt{۲} \Rightarrow ۳ - \sqrt{۸} > ۰, ۲\sqrt{۲} - ۳ < ۰$$

$$\sqrt{(۳ - \sqrt{۸})^۲} - \sqrt{(۲\sqrt{۲} - ۳)^۲} = |۳ - \sqrt{۸}| - |۲\sqrt{۲} - ۳|$$

$$= \underbrace{|۳ - ۲\sqrt{۲}|}_{\oplus} - \underbrace{|۲\sqrt{۲} - ۳|}_{\ominus} = ۳ - ۲\sqrt{۲} - (-(۲\sqrt{۲} - ۳)) = ۳ - ۲\sqrt{۲} + ۲\sqrt{۲} - ۳ = ۰$$

الف
$$\frac{۴ - \frac{1}{۲}}{\frac{1}{۴} \div \frac{۲}{۱۶}} - \frac{1 - \frac{1}{۲}}{۴ \times \frac{1}{۲}} = \frac{\frac{۸}{۲} - \frac{1}{۲}}{\frac{1}{۴} \times \frac{۱۶}{۲}} - \frac{\frac{۲}{۲} - \frac{1}{۲}}{۴ \times \frac{1}{۲}} =$$

۱۷۹

$$\frac{\frac{7}{2} - \frac{1}{2}}{2} = \frac{\frac{7}{4} - \frac{1}{4}}{2} = \frac{\frac{6}{4}}{2} = \frac{3}{2}$$

ب

$$\frac{2\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \div \frac{2}{5}}{1\frac{2}{10} \div 3 \times 5 - \frac{1}{6}} = \frac{\frac{7}{3} - \frac{1}{4} \times \frac{5}{2}}{\frac{12}{10} \times \frac{1}{3} \times 5 - \frac{1}{6}} = \frac{\frac{7}{3} - \frac{5}{8}}{\frac{4}{10} \times 5 - \frac{1}{6}} = \frac{\frac{7}{3} - \frac{5}{8}}{\frac{4}{2} - \frac{1}{6}} = \frac{\frac{6}{3}}{\frac{12-1}{6}} =$$

$$\frac{2}{\frac{11}{6}} = \frac{12}{11}$$

۱۸۰

الف منتظم

ب

$$\sqrt{(xy)^2} = |xy| = |x||y| = x(-y) = -xy$$

پ $\sqrt[3]{b^2}$

ت

$$\frac{1}{2} \times 4^{-3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4^3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{(2^2)^3} = \frac{1}{2 \times 2^6} = \frac{1}{2^7} = 2^{-7}$$

۱۸۱

الف

$$\frac{x}{x-3} + \frac{2}{x} = \frac{x^2 + 2(x-3)}{x(x-3)} = \frac{x^2 + 2x - 6}{x(x-3)}$$

ب

$$x^2 - x = 0 \rightarrow x(x-1) = 0 \rightarrow x = 0, 1$$

$$(x+4)(x-6) = x^2 - 2x - 24 \quad (\text{اتحاد جمله مشترک})$$

الف

$$2x + 1 \geq -5 \Rightarrow 2x \geq -1 - 5 \Rightarrow 2x \geq -6 \Rightarrow x \geq -3$$

الف

$$x^2 - 12x + 36 = (x-6)^2$$

ب

$$(x+2)(x+5) = x^2 + 7x + 10$$

به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای داریم:

با توجه به اتحاد جمله مشترک داریم:

۱۸۴ الف) مخروط

ب)

$$V = \frac{1}{3}Sh$$

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 10 = 30\pi$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \rightarrow \text{زوایای مستطیل قائمه‌اند} \\ AD = BC \text{ عرض مستطیل} \\ AM = BM, AB \text{ وسط } M \end{array} \right\} \text{ضرض} \rightarrow \triangle AMD \cong \triangle BMC \Rightarrow MD = MC \leftarrow \text{پس اجزای متناظر نیز برابرند}$$

$$\text{حجم هرم} = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \times 12 \times 10 = 40$$

$$S = 3 \times 4 = 12$$

$$y = -3x + 2$$

۱۸۷ شیب دو خط موازی یکسان است پس $a = -3$ و محور عرض‌ها را در ۲ قطع می‌کند پس $b = 2$ است. در نتیجه:

۱۸۸ a) درست

b) نادرست - اگر در صورت و مخرج، به جای علامت جمع، علامت ضرب بود، می‌توانستیم این گونه بساده‌سازی را انجام دهیم. ولی در حالت جمع و تفریق، این ساده‌سازی امکان‌پذیر نیست.

به عنوان مثال نقض عدد $x = 1$ و $y = 1$ را جای گذاری می کنیم.
 (c) نادرست - ممیز به تعداد سؤال منفی به عقب می رود، یعنی: ۵۶ (دو رقم)
 درست (d)

۱۸۹ پاسخ اشکان درست است.
 زیرا توان ۵ و ۲ منفی است.

$$2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$5^{-1} = \frac{1}{5}$$

۱۹۰ فرض: ABC متساوی الساقین است. ($AB = AC$ یا $\hat{B} = \hat{C}$) و $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ زیرا AO نیمساز زاویه \hat{A} می باشد.
 حکم: AD میانه است. ($BD = CD$)

۱۹۱ با استفاده از قضیه فیثاغورس ارتفاع هرم را پیدا می کنیم:

$$OM = 10$$

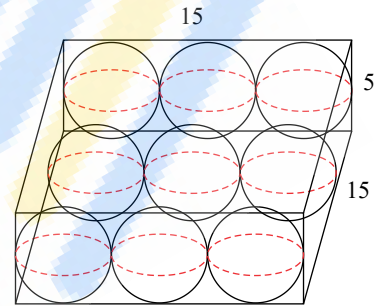
$$OH^2 = OM^2 - MH^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 \rightarrow OH = 8$$

$$\text{حجم هرم} = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \times 12^2 \times 8 = 384$$

$$\text{قطر کره} = 2 \times 2,5 = 5$$

$$\text{اندازه هر ضلع کف جعبه} = 3 \times 5 = 15 \text{ cm}$$

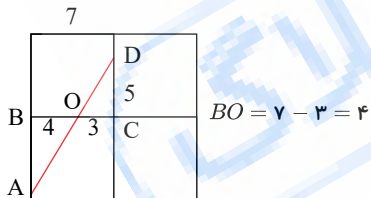
$$\text{اندازه هر ضلع مقوای مربع شکل} = 15 + (2 \times 5) = 25 \text{ cm}$$



۱۹۳ عامل دیگر $x^2 - 6$ است. (از عکس اتحاد جمله مشترک در تجزیه عبارت استفاده می کنیم.)

$$x^2 - x^2 - 30 = (x^2 - 6)(x^2 + 5)$$

۱۹۴ چون ضلع مربع بزرگ تر ۱۴ است و برابر دو ضلع مربع کوچک تر است، پس اضلاع مربع کوچک تر ۷ می باشد. پس:



از تشابه دو مثلث $\hat{A}OB$ و $\hat{D}OC$ نتیجه می شود.

$$\frac{AB}{DC} = \frac{BO}{OC}$$

$$\frac{AB}{5} = \frac{4}{3}$$

$$AB = \frac{20}{3}$$

۱۹۵ (الف)

$$\circ < x < 1 \rightarrow \overbrace{|x-1|}^{\text{منفی}} = -(x-1) = -x+1$$

$$\circ < x < 1 \rightarrow |x| = x$$

$$\rightarrow -x+1+x+2=3$$

$$a = 0,5$$

$$b = -1,5$$

$$c = -0,25$$

$$|0,5 - 1,5| + 3 - 1,5 - 0,5 + 0,25 = |-1| + 3 - 1,75 = 1 + 3 - 1,75 = 6,25$$

۱۹۶ با توجه به این که $1 < x < 2$ ، علامت عبارت داخل قدرمطلق را مشخص کرده و قدرمطلق را حذف می‌کنیم:

$$|x - 2| \xrightarrow{x < 2} \underbrace{|x - 2|}_{\text{منفی}} = -(x - 2) = -x + 2$$

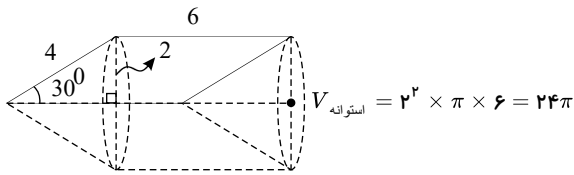
$$|x| \xrightarrow{1 < x < 2} \underbrace{|x|}_{\text{مثبت}} = x$$

$$|x - 1| \xrightarrow{1 < x < 2} \underbrace{|x - 1|}_{\text{مثبت}} = x - 1$$

$$|x - 2| + |x| + |x - 1| \xrightarrow{1 < x < 2} -x + 2 + x + x - 1 = x + 1$$

$$\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} = |a| - |b| = a - (-b) = a + b$$

۱۹۸ نکته: در مثلث قائم‌الزاویه ضلع روبه‌رو به زاویه 30° نصف وتر است. از طرفی اگر مخروط سمت چپ را به مخروط سمت راست منتقل کنیم یک استوانه پدید می‌آید.



$$\overline{MC}^2 + \overline{OM}^2 = \overline{OC}^2 \rightarrow \overline{OM}^2 = \sqrt{136^2} - 6^2 = 100 \rightarrow \overline{OM} = 10$$

$$\overline{OH}^2 + \overline{HM}^2 = \overline{OM}^2 \rightarrow \overline{OH}^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \rightarrow \overline{OH} = 8$$

$$V_{\text{هرم}} = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \times 12^2 \times 8 = 384 \text{ cm}^3$$

$$(x^2 - 2)(6x + 1) = 6x^3 + x^2 - 12x - 2$$

$$6x^3 + x^2 - 12x - 2 \quad \begin{array}{r} 3x + 2 \\ 2x^2 - x - \frac{10}{3} \end{array}$$

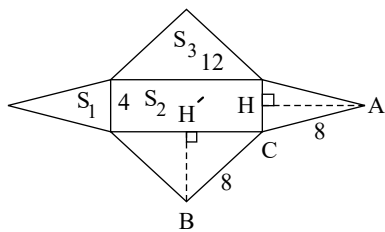
$$\begin{array}{r} -6x^3 \pm 4x^2 \\ \hline -3x^2 - 12x - 2 \\ \mp 3x^2 \mp 2x \\ \hline -10x - 2 \\ \mp 10x \mp \frac{20}{3} \\ \hline \frac{14}{3} \end{array}$$

ضریب x برابر (-1) است.

$$8x^3 + 8x^2 - 12x - 9 \quad \begin{array}{r} 4x^2 - 2x - 3 \\ 2x + 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -8x^3 \mp 4x^2 \mp 6x \\ \hline 12x^2 - 6x - 9 \\ \mp 12x^2 \mp 6x \mp 9 \\ \hline 0 \end{array} \quad \text{ارتفاع} = 2x + 3$$

$$S = \frac{1}{2}ha \rightarrow 4x^2 - 4x - 35 = \frac{1}{2}(4x^2 - 49)a$$



$$\overline{BH}^r + \overline{H'C}^r = \overline{BC}^r \rightarrow \overline{BH}^r = \lambda^r - \rho^r = 2\lambda \rightarrow \overline{BH}^r = \sqrt{2\lambda}$$

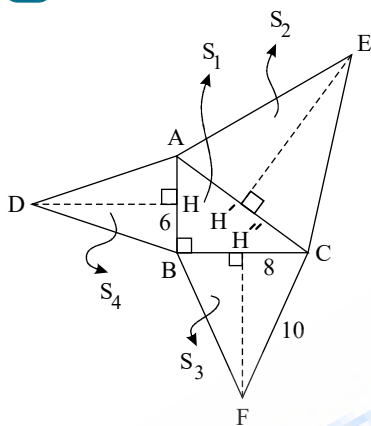
$$S_{\text{جس}} = (\rho \times 12) + (\rho \times \frac{\rho \times \sqrt{60}}{\rho}) + (\rho \times \frac{12 \times \sqrt{2\lambda}}{\rho})$$

$$S_{\text{جس}} = S_{\rho} + (\rho \times S_1) + (\rho \times S_{\rho})$$

$$= 4\lambda + 4\sqrt{60} + 12\sqrt{2\lambda} = 4\lambda + 4\sqrt{15} + 24\sqrt{\lambda}$$

$$\overline{HC}^r + \overline{AH}^r = \overline{AC}^r \rightarrow \overline{AH}^r = \lambda^r - \rho^r = 60 \rightarrow \overline{AH} = \sqrt{60}$$

ب



$$S_{\text{جس}} = S_1 + S_{\rho} + S_{\rho} + S_{\rho}, S_1 = \frac{\rho \times \lambda}{\rho} = 24$$

$$\overline{AC}^r = \overline{AB}^r + \overline{BC}^r \rightarrow \overline{AC}^r = \rho^r + \lambda^r = 100 \rightarrow \overline{AC} = 10$$

$$\rightarrow \overline{EH}^r + \overline{H'C}^r = \overline{EC}^r \rightarrow \overline{EH}^r = 10^r - 5^r = 75$$

$$\rightarrow \overline{EH}^r = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \rightarrow S_{\rho} = \frac{10 \times 5\sqrt{3}}{\rho} = 25\sqrt{3}$$

$$\overline{FH}^r = \sqrt{10^r - \rho^r} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21} \rightarrow S_{\rho} = \frac{\lambda \times 2\sqrt{21}}{\rho} = 8\sqrt{21}$$

$$\overline{DH}^r + \overline{AH}^r = \overline{AD}^r \rightarrow \overline{DH}^r = 10^r - \rho^r = 91 \rightarrow \overline{DH} = \sqrt{91}$$

$$S_{\rho} = \frac{\rho \times \sqrt{91}}{\rho} = 3\sqrt{91}$$

$$\rightarrow S_{\text{جس}} = 24 + 25\sqrt{3} + 8\sqrt{21} + 3\sqrt{91}$$

الف

$$A \cup B = \{11, 12, 14, 15, 21, 22, 24, 25, 44, 52\}$$

$$A \cap B = \{12, 24\}$$

ب

$$B = \{11, 12, 14, 15, 21, 22, 24, 25\}$$

پ

$$A = \{12, 24, 44, 52\}$$

ت

$$S = \{11, 12, 14, 15, 21, 22, 24, 25, 41, 42, 44, 45, 51, 52, 54, 55\}$$

۲۱۰

الف

۲۰۵ را به صورت $200 + 5$ نوشته و به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای به دست می‌آوریم:

$$(200 + 5)^2 = (200)^2 + 2 \times 200 \times 5 + 5^2 = 40000 + 2000 + 25 = 42025$$

ب

ابتدا ۹۹ را به صورت $100 - 1$ نوشته و سپس به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای حساب می‌کنیم:

$$(100 - 1)^2 = (100)^2 - 2(100)(1) + 1^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$$

پ

به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای برای 350^2 داریم:

$$(300 + 50)^2 - 300^2 - 50^2 = \cancel{300^2} + 2(300)(50) + \cancel{50^2} - \cancel{300^2} - \cancel{50^2} = 30000$$

۲۱۱

الف نادرست X

$$\leftarrow n(A \cup C) = n(A) + n(C) - n(A \cap C)$$

در کل این فرمول در مقطع دهم است ولی می‌توان گفت از روی نمودار می‌توان تشخیص داد.

ب درست ✓

پ نادرست X

$$A - B = \{1, 6\}$$

۲۱۲

الف نادرست

ب برابر - متناسب

۲۱۳

الف

$$\frac{7x}{5x+10} + \frac{x}{x+2} = \frac{7x+5(x)}{5(x+2)} = \frac{7x+5x}{5(x+2)} = \frac{12x}{5(x+2)}$$

ب

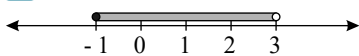
$$\frac{x^2+2x+1}{(3-x)} \times \frac{(x-3)}{(x+1)} = \frac{(x+1)\cancel{(x-3)}}{\cancel{-(x-3)}(x+1)} = -(x+1) = -x-1$$

۲۱۴

الف

$$\frac{6}{11} = 0,54\bar{5}$$

ب



۲۱۵

الف درست

ب نادرست (چون طرفین در یک عدد منفی ضرب شده‌اند جهت نامعادله باید عوض شود).

پ درست

۲۱۶

الف

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} \times \left(\frac{3}{2}\right)^6 = \left(\frac{3}{2}\right)^5 \times \left(\frac{3}{2}\right)^6 = \left(\frac{3}{2}\right)^{11}$$

ب

$$1398,0301 = 1,3980301 \times 10^7$$

الف

$$2\sqrt{45} + \sqrt{72} - 3\sqrt{50} - \sqrt{20} = 2\sqrt{5 \times 9} + \sqrt{2 \times 36} - 3\sqrt{2 \times 25} - \sqrt{4 \times 5} = 6\sqrt{5} + 6\sqrt{2} - 15\sqrt{2} - 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5} - 9\sqrt{2}$$

ب

$$\frac{-2\sqrt{5}}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{-2\sqrt{35}}{7}$$

الف

$$1 < \sqrt{2} < \sqrt{3} < \sqrt{4} = 2$$

ب

$$-\sqrt{3} < 0 \Rightarrow -4 - \sqrt{3} < 0 \Rightarrow |-4 - \sqrt{3}| = -(-4 - \sqrt{3}) = 4 + \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{(-4 - \sqrt{3})^2} = |-4 - \sqrt{3}| = 4 + \sqrt{3}$$

ب



الف

$$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

ب

$$(a+7)(a-5) = a^2 + 2a - 35$$

217

218

219