

۱ کدام یک از عبارات‌های زیر مجموعه‌ای را مشخص نمی‌کند؟

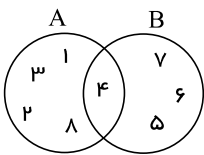
- ۱ شش عدد فرد متوالی  
۲ هفت عدد طبیعی متوالی که کوچکترین آن ۱۱ است.  
۳ شمارنده‌های ۲۵  
۴ عددهای طبیعی بین ۴ و ۵

۲ در مجموعه  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$  چند زیرمجموعه می‌توان نوشت که  $a$  عضو آن باشد ولی  $b$  عضو نباشد؟

- ۱ ۱۵  
۲ ۱۴  
۳ ۱۲  
۴ ۱۶

۳ حاصل عبارت  $4 - \sqrt{20} - 2\sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2}$  برابر کدام گزینه است؟

- ۱ -۲  
۲ ۲  
۳  $2\sqrt{5} - 2$   
۴  $4\sqrt{5} - 10$



۴ با توجه به نمودار زیر کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- ۱  $A - B = \{4\}$   
۲  $B - A = \{7, 6, 5\}$   
۳  $A - B = \{7, 6, 5\}$   
۴  $B - A = \{4\}$

۵ اگر مجموعه  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$  باشد، کدام رابطه نادرست است؟

- ۱  $\{\emptyset\} \in A$   
۲  $\{\{\emptyset\}\} \in A$   
۳  $\emptyset \subseteq A$   
۴  $\{\{\emptyset\}\} \subseteq A$

۶ مجموعه  $A = \{x \in \mathbb{R} | x^2 \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 4\}$  و  $B = \{x^2 | x \in \mathbb{N}, x \leq 4\}$  مفروض است. مجموعه  $A \cap B$  دارای چند زیرمجموعه

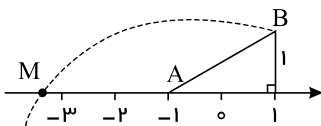
است؟

- ۱ ۱  
۲ ۲  
۳ ۳  
۴ ۴

۷ در پرتاب دو تاس، احتمال آنکه مجموع دو عدد ظاهر شده بزرگ‌تر از ۱۰ باشد، کدام است؟

- ۱  $\frac{1}{6}$   
۲  $\frac{1}{9}$   
۳  $\frac{1}{12}$   
۴  $\frac{5}{36}$

۸ به مرکز  $A$  و شعاع  $AB$  کمانی زده‌ایم تا محور را در نقطه  $M$  قطع کند. نقطه  $M$  چه عددی را نمایش می‌دهد؟



- ۱  $\sqrt{5} - 1$   
۲  $-1 - \sqrt{5}$   
۳  $-3 + \sqrt{5}$   
۴  $-3 - \sqrt{5}$

۹ مجموعه  $\{8^{11}, 32^7, \sqrt{64^{11}}, 2^{35}\}$  چند عضو دارد؟

- ۱ ۴  
۲ ۳  
۳ ۲  
۴ ۱

۱۰ کدام گزینه نادرست است؟

- ۱ تمام مربع‌ها با هم متشابه‌اند.  
۲ تمام مثلث‌های متساوی‌الاضلاع با هم متشابه‌اند.  
۳ تمام لوزی‌ها با هم متشابه‌اند.  
۴ تمام مثلث‌های متساوی‌الساقین که یک زاویه مجاور قاعده مساوی دارند با هم متشابه‌اند.

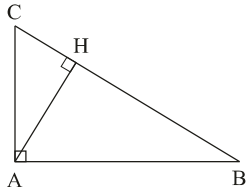
۱۱) عدد  $\sqrt{10}$  و ۳ بین کدام عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- ۱) ۶۰۵      ۲) ۵۰۴      ۳) ۷۰۶      ۴) ۴۰۳

۱۲) کسر برابر با عدد  $\sqrt{۲۹}$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{۲۰۰۹}{۹۹۰}$       ۲)  $\frac{۲۰۰۹}{۹۹۹}$       ۳)  $\frac{۲۰۰۹}{۹۰۰}$       ۴)  $\frac{۲۰۲۹}{۹۹۹}$

۱۳) در شکل مقابل  $AH$  ارتفاع مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  است. اگر  $AH = ۱۲\text{ cm}$  و  $AB = ۲۰\text{ cm}$  باشند. اندازه ضلع  $AC$  کدام است؟



- ۱) ۱۳  
۲) ۱۶  
۳) ۱۴  
۴) ۱۵

۱۴) اگر  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq C$  باشد، حاصل  $(B \cap A) - A \cup (C - B)$  در حالت کلی خواهد بود؟

- ۱)  $C$       ۲)  $B$       ۳)  $\emptyset$       ۴)  $C - B$

۱۵) اگر  $A = \{۳, ۲x, ۲ - y\}$  و  $B = \{۴, ۲ + y, ۱\}$  باشد و بدانیم  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq A$ ، آنگاه  $x + y$  کدام است؟

- ۱) ۲      ۲) ۳      ۳) ۴      ۴) ۵

۱۶) کدام یک از اعداد زیر گنگ هستند؟

- ۱)  $\frac{\sqrt{۸}}{\sqrt{۲}}$       ۲)  $\frac{۵\pi - \pi}{\pi}$       ۳)  $\frac{\sqrt{۵}}{۵}$       ۴)  $\frac{۲}{\sqrt{۴}}$

۱۷) در صورتی که  $A = \{۱, ۳, ۵, ۷, ۹\}$  و  $B = \{۲x + ۳ \mid x \in \mathbb{N}, x < ۵\}$  باشد، مجموعه  $A \cap B$  چند زیرمجموعه یک عضوی دارد؟

- ۱) ۲      ۲) ۴      ۳) ۳      ۴) ۸

۱۸) تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $n + ۳$  عضوی چند برابر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $n - ۱$  عضوی است؟

- ۱) ۸ برابر      ۲) ۳۲ برابر      ۳)  $n + ۲$  برابر      ۴) ۱۶ برابر

۱۹) دو مجموعه  $\{x, ۳\}$  و  $\{y, ۸, z\}$  برابرند، بیشترین مقدار عبارت  $x + y - z$  کدام است؟

- ۱) ۸      ۲) ۱۳      ۳) ۱۷      ۴) ۱۹

۲۰) از راست به چپ کدام دو عدد باید در جاهای خالی قرار بگیرد به طوری که تساوی زیر برقرار باشد؟

$$\left\{ -\frac{۶}{۳}, -۳, \dots, \frac{۴}{۳}, ۴ \right\} = \left\{ ۴, -\sqrt{۹}, \frac{\sqrt{۸۱}}{(-۱)^۳}, \frac{۱۲}{۹}, \dots \right\}$$

- ۱) ۹ و ۲      ۲) ۲ و ۹      ۳) ۲ و ۹      ۴) ۲ و ۹

۲۱) چند درصد از عضوهای  $\{۱, ۲, ۳, ۴, \dots, ۱۰۰۰۰\}$  مربع اعداد طبیعی هستند؟

- ۱) ۱%      ۲) ۵%      ۳) ۱۰%      ۴) ۵۰%

۲۲) نماد علمی عدد  $۳۰۰۳۰۰$  کدام است؟

- ۱)  $۳۰۰,۳ \times ۱۰^۳$       ۲)  $۳۰,۰۳ \times ۱۰^۴$       ۳)  $۳,۰۰۳ \times ۱۰^۵$       ۴)  $۰,۳۰۰۳ \times ۱۰^۶$

۲۳) کدام عبارت یک مجموعه را مشخص می‌کند؟

- ۱) چهار عدد فرد متوالی      ۲) پنج عدد بزرگ‌تر از ۱۰۰      ۳) سه شهر ایران      ۴) عددهای طبیعی بین ۳ و ۴

۲۴) در اثبات اینکه هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن به یک فاصله است، دو مثلث قائم‌الزاویه به کدام حالت هم‌نهشت می‌شوند؟

- ۱) وتر و یک ضلع      ۲) وتر و یک زاویه تند      ۳) ض ض ض      ۴) ز ز ز

۲۵) چند عدد دو رقمی وجود دارد که مضرب ۳ باشد ولی بر ۵ بخش پذیر نباشد؟

۲۷) ۲۷

۲۵) ۲۵

۲۶) ۲۶

۲۴) ۲۴

۲۶) ۲۰۰۶ دانش آموز در یک بررسی آماری شرکت کرده‌اند. معلوم شد ۱۵۰۰ نفر از این دانش آموزان در مسابقه ریاضی کانگورو شرکت کرده‌اند

و ۱۲۰۰ نفر از آنها هم در مسابقه ادبیات. اگر بدانیم که ۶ نفر در هیچ مسابقه‌ای شرکت نکرده‌اند، چند نفر از این دانش آموزان در هر دو شرکت کرده‌اند؟

۷۰۰) ۷۰۰

۶۰۰) ۶۰۰

۵۰۰) ۵۰۰

۳۰۰) ۳۰۰

۲۷) اگر  $A = \{1, \{1\}, \{1, 2\}$  و  $B = \{1, 2\}$ ،  $C = \{1, \{1\}\}$ ، آنگاه کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

$(B - C) \cap A = \emptyset$  ۴

$A \cap B = \{1, 2\}$  ۳

$n(A \cap C) = 2$  ۲

$C \subseteq A$  ۱

۲۸) کدام یک از تساوی‌های زیر صحیح است؟

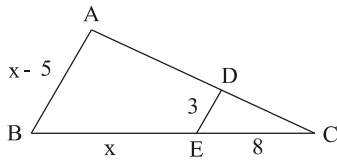
$(-7^2)^{-5} = 7^{-10}$  ۴

$(-7^5)^{-2} = 7^{-10}$  ۳

$(-7^5)^2 = -7^{10}$  ۲

$(-7^2)^5 = 7^{10}$  ۱

۲۹) در شکل مقابل  $AB$  موازی  $DE$  است، مقدار  $x$  کدام است؟



۱۱) ۱۱

۸) ۸

۱۲٫۸) ۱۲٫۸

۱۶٫۸) ۱۶٫۸

۳۰) حاصل  $\sqrt{0,111\dots}$  کدام است؟

$0,4$  ۴

$0,3$  ۳

$0,2$  ۲

$0,1$  ۱

۳۱) حاصل عبارت  $\frac{3^5 \times (3^6 + 3^6 + 3^6)}{6}$  برابر است با:

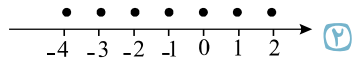
$2^7$  ۴

$2^6$  ۳

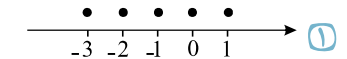
$3^6$  ۲

$3^5$  ۱

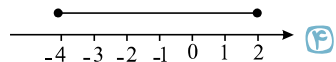
۳۲) نمودار مجموعه  $A$  کدام است؟  $A = \{x | x \in Z, -4 \leq x \leq 2\}$



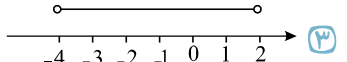
۲) ۲



۱) ۱



۴) ۴



۳) ۳

۳۳) احتمال آنکه در مدتی که سوزان از مدرسه به خانه می‌رود، باران ببارد  $\frac{1}{3}$  است. احتمال آنکه سوزان به خاطر داشته باشد که چتر خودش را به

همراه آورد  $\frac{3}{5}$  است. اگر این دو اتفاق (پیشامد) مستقل از یکدیگر باشند چقدر احتمال دارد که سوزان موقع رسیدن به منزل خیس شده باشد؟

$\frac{11}{15}$  ۴

$\frac{2}{15}$  ۳

$\frac{2}{5}$  ۲

$\frac{1}{5}$  ۱

۳۴) اگر  $\sqrt{a^2 + 3} + a = 4$  باشد، حاصل  $\sqrt{a^2 + 3} - 2a$  چیست؟

$\frac{1}{2}$  ۴

$\frac{3}{2}$  ۳

۱۶) ۲

۸) ۱

۳۵) مقدار عبارت زیر کدام است؟

$$(4 + \sqrt{15})\sqrt{(\sqrt{10} - \sqrt{6})^2} \sqrt{4 - \sqrt{15}}$$

$1 + \sqrt{5}$  ۴

۲) ۳

-۲) ۲

۴) ۱

۳۶) یک تاس و ۳ سکه را با هم می‌اندازیم. احتمال آنکه تعداد دفعاتی که «رو» ظاهر می‌شود با عدد روی تاس برابر باشد، کدام است؟

- ۱)  $\frac{7}{48}$       ۲)  $\frac{5}{48}$       ۳)  $\frac{5}{36}$       ۴)  $\frac{7}{36}$

۳۷) عبارت ریاضی مربوط به «فاصله عددی از ۲-، ۳ واحد است»، کدام گزینه است؟

- ۱)  $|x| + |2| = 3$       ۲)  $|x| - |2| = 3$       ۳)  $|x - 2| = 3$       ۴)  $|x + 2| = 3$

۳۸) حاصل  $\frac{5}{6} - \frac{3}{8} \div \frac{9}{4} \times \frac{-5}{6}$  کدام است؟

- ۱)  $-\frac{11}{45}$       ۲)  $\frac{31}{30}$       ۳)  $-\frac{1}{6}$       ۴)  $\frac{35}{36}$

۳۹) اگر از اعضای مجموعه  $B$  سه عضو کم کنیم، از تعداد زیرمجموعه‌های آن ۲۲۴ واحد کم می‌شود، مجموعه  $B$  چند عضو دارد؟

- ۱) ۹      ۲) ۱۰      ۳) ۸      ۴) ۱۱

۴۰) اگر  $A \cup B = A - B$  باشد، کدام گزینه درست است؟

- ۱)  $A = \emptyset$       ۲)  $B = \emptyset$       ۳)  $A = B$       ۴)  $B \subseteq A$

۴۱) جواب معادله  $\left(\frac{2}{5}\right)^{2x+3} = \left(\frac{5}{2}\right)^{2-5x}$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{5}{3}$       ۲)  $-\frac{5}{3}$       ۳)  $-\frac{1}{7}$       ۴)  $\frac{1}{3}$

۴۲) اشتراک دو مجموعه  $A = \left\{ \frac{x}{2x+1} \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 1 \right\}$  و  $B = \left\{ \frac{3x+1}{4x-2} + \frac{1}{3} \mid x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x < 3 \right\}$  کدام است؟

- ۱)  $\left\{ \frac{30}{45} \right\}$       ۲)  $\left\{ \frac{2}{3}, 1 \right\}$       ۳)  $\left\{ \frac{1}{3}, \frac{7}{3} \right\}$       ۴)  $\left\{ \frac{2}{3}, \frac{9}{6} \right\}$

۴۳) تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه  $\{5, -3, 2\}$  چند تاست؟

- ۱) ۷      ۲) ۸      ۳) ۶      ۴) ۳

۴۴) در یک جعبه ۲۰ توپ قرمز، ۱۵ توپ سفید و تعدادی توپ آبی وجود دارد. اگر شما یک توپ به طور تصادفی از جعبه بردارید، احتمال آبی

بودنش،  $\frac{6}{7}$  است. چند توپ آبی در جعبه است؟

- ۱) ۳۰      ۲) ۷۰      ۳) ۱۰۵      ۴) ۲۱۰

۴۵) اگر  $x < 0$  آنگاه حاصل  $\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{4x^2}$  کدام است؟ راهنمایی:  $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$

- ۱)  $x + 1$       ۲)  $x - 1$       ۳)  $-x - 1$       ۴)  $-x + 1$

۴۶) حاصل عبارت  $1 + \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$  کدام است؟

- ۱) ۴      ۲) ۲      ۳) ۵      ۴)  $\frac{4}{3}$

۴۷) اگر  $a < 0$  حاصل عبارت  $\sqrt{(-a+1)^2} - \sqrt{(a-1)^2}$  برابر است با:

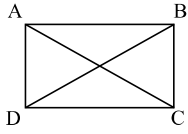
- ۱)  $-2a$       ۲)  $-2a + 2$       ۳) ۰      ۴)  $-2$

۴۸) حاصل عبارت  $x - 3 + |x - 4| + |3x - 1|$  به ازای  $x = 1$  کدام است؟

- ۱) ۷      ۲)  $-3$       ۳)  $-7$       ۴) ۳

۴۹) نماد علمی عدد  $\frac{۲۵,۱ \times ۱۰^۴ \times ۰,۰۰۰۰۰۱۲}{۰,۰۰۰۰۰۲ \times ۱۰^{-۶}}$  برابر است با:

- ۱)  $۱۵,۰۶ \times ۱۰^{۱۱}$       ۲)  $۳,۵۰۶ \times ۱۰^{-۱۱}$       ۳)  $۱۵,۰۶ \times ۱۰^{۲۲}$       ۴)  $۱,۵۰۶ \times ۱۰^{۱۱}$



۵۰) در مستطیل ABCD می‌خواهیم ثابت کنیم قطرها با یکدیگر برابرند. کدام گزینه جزء فرض مسئله به حساب نمی‌آید؟

- ۱)  $AD = BC$       ۲)  $AB = DC$   
۳)  $\hat{ACB} = \hat{BDA}$       ۴)  $\hat{ADC} = \hat{BCD} = ۹۰^\circ$

۵۱) حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{۵}{۲ \times ۳} - \frac{۷}{۳ \times ۴} + \frac{۹}{۴ \times ۵} - \frac{۱۱}{۵ \times ۶} + \frac{۱۳}{۶ \times ۷} - \frac{۱۵}{۷ \times ۸} =$$

۱)  $\frac{۳}{۸}$       ۲)  $\frac{۱}{۲}$       ۳)  $\frac{۳}{۴}$       ۴)  $\frac{۱}{۸}$

۵۲) اگر  $A_1 = \{1\}$  و  $A_2 = \{2, 3\}$  و  $A_3 = \{4, 5, 6\}$  و  $A_4 = \{7, 8, 9, 10\}$  و ... باشد.  $A_{10}$  با چه عددی شروع می‌شود؟ (روبوکاپ - ۱۳۸۶)

- ۱) ۶۶      ۲) ۶۷      ۳) ۶۸      ۴) ۶۹

۵۳) در هر یک از کسرهای زیر، صورت و مخرج نسبت به هم اولند. کدام یک از آنها نمایش اعشاری مختوم دارند؟

- ۱)  $\frac{w}{۱۶۰}$       ۲)  $\frac{y}{۶۰}$       ۳)  $\frac{z}{۱۵}$       ۴)  $\frac{x}{۲۲}$

۵۴) حاصل  $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}-\sqrt{99}}$  برابر است با:

۱) -۹      ۲) ۱      ۳) ۱۱      ۴)  $\sqrt{99}$

۵۵) حاصل  $\frac{۵ + \sqrt{۵}}{\sqrt{۴۵} - \sqrt{۲۰} + \sqrt{۱۲۵}}$  برابر با کدام گزینه است؟

- ۱)  $\frac{\sqrt{۱۵}}{۶}$       ۲)  $\frac{\sqrt{۵}+۱}{۶}$       ۳)  $\frac{\sqrt{۵}+۵}{۶}$       ۴)  $\frac{\sqrt{۵}}{۶}$

۵۶) کدام عدد گنگ زیر بین  $\sqrt{۱۱}$  و  $\sqrt{۵}$  قرار دارد؟

- ۱) ۳,۵      ۲)  $\sqrt{۳}$       ۳) ۴      ۴)  $۲\sqrt{۲}$

۵۷) چند تا از عبارتهای زیر صحیح است؟

(الف)  $Z \subseteq Q'$  (ب)  $Q \cap Q' = \emptyset$  (پ)  $Z \subseteq Q$  (ت)  $N \subseteq Z \subseteq Q \subseteq Q'$

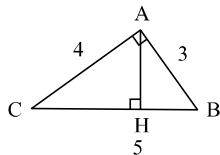
- ۱) یکی      ۲) دو تا      ۳) تا ۴      ۴) هیچ کدام

۵۸) ۵ دانش‌آموز، هر کدام عددی از مجموعه  $\{1, 2, 3\}$  انتخاب کردند و روی تخته نوشتند. بعد حاصل ضرب عددهایی را که نوشته بودند حساب کردند. کدام یک از عددهای زیر می‌تواند مقدار این حاصل ضرب باشد؟

- ۱) ۱۰۰      ۲) ۲۵۶      ۳) ۷۶۸      ۴) ۴۰۹۶

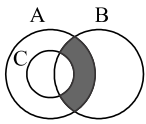
۵۹) در کدام گزینه، مجموعه  $A - (A - B)$  درست رنگ خورده است؟





۶۰ در شکل روبه‌رو اندازه  $AH$  برابر با کدام است؟ ( $BC = 5$ )

- ۴٫۸ (۲)      ۲٫۴ (۱)  
 ۳٫۶ (۴)      ۱٫۲ (۳)

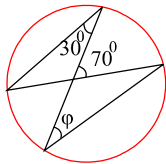


۶۱ با توجه به شکل، کدام گزینه قسمت رنگی را نشان نمی‌دهد؟

- $(A \cap B) - C$  (۲)       $A \cap (B - C)$  (۱)  
 $(A - C) \cup B$  (۴)       $(A - C) \cap B$  (۳)

۶۲ اگر  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  و  $B = \{3, 5\}$  باشد، به جای  $X$  در رابطه  $(A \cap B) \subseteq X \subseteq (A \cup B)$  چند مجموعه متفاوت می‌توان قرار داد؟

- ۱۶ (۴)      ۱۲ (۳)      ۸ (۲)      ۴ (۱)



۶۳ در شکل زیر، مقدار زاویه  $\varphi$  چند درجه است؟

- ۳۵ (۲)      ۳۰ (۱)  
 ۴۵ (۴)      ۴۰ (۳)

۶۴ مجموعه  $A$  دارای  $n$  عضو است. اگر سه عضو متمایز به  $A$  اضافه شود، تعداد زیرمجموعه‌های آن اضافه می‌شود،  $n$  کدام است؟

- ۶ (۴)      ۵ (۳)      ۴ (۲)      ۲ (۱)

۶۵ اگر  $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  و  $B = \{1, 2, 3, \dots, 17\}$  باشند، به جای  $X$  چند مجموعه می‌توان قرار داد؟

- ۲۵۶ (۴)      ۱۲۸ (۳)      ۶۴ (۲)      ۳۲ (۱)

۶۶ بین اعداد  $27^{15}$ ،  $3^{25}$ ،  $3^{28}$ ،  $2^{35}$ ، بزرگ‌ترین عدد کدام است؟

- $27^{15}$  (۱)       $3^{25}$  (۲)       $3^{28}$  (۳)       $2^{35}$  (۴)

۶۷ اگر یک لوزی دارای زاویه  $50^\circ$  درجه و لوزی دیگری دارای زاویه ..... باشد، دو لوزی متشابه‌اند.

- $75^\circ$  (۴)       $130^\circ$  (۳)       $100^\circ$  (۲)       $40^\circ$  (۱)

۶۸ نسبت تشابه دو لوزی،  $\frac{2}{5}$  و طول قطرهای لوزی کوچک‌تر  $10$  و  $\sqrt{200}$  است نسبت مساحت لوزی بزرگ‌تر به محیط آن چقدر است؟

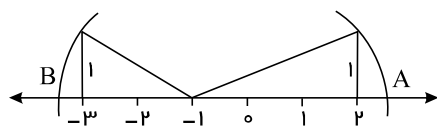
- $\frac{25\sqrt{6}}{24}$  (۴)       $\frac{200\sqrt{3}}{3}$  (۳)       $\frac{25\sqrt{6}}{12}$  (۲)       $\frac{100\sqrt{3}}{3}$  (۱)

۶۹ دلیل آوردن و استفاده از دانسته‌های قبلی، برای معلوم کردن موضوعی که در ابتدا مجهول بوده است، چه می‌گویند؟

- استدلال (۱)      فرض (۲)      مثال نقض (۳)      حدی (۴)

۷۰ حاصل  $\frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} \div \frac{-1 - \frac{3}{4}}{-1 + \frac{3}{4}}$  کدام است؟

- $\frac{7}{4}$  (۱)       $\frac{1}{4}$  (۲)       $1$  (۳)       $-1$  (۴)



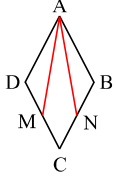
۷۱ در شکل زیر فاصله نقطه  $A$  تا  $B$  برابر است با:

- $\sqrt{10} - \sqrt{5}$  (۱)       $\sqrt{5} - \sqrt{10}$  (۲)  
 $\sqrt{10} + \sqrt{5}$  (۳)       $-\sqrt{10} - \sqrt{5}$  (۴)

۷۲) برای کدام یک از موارد زیر نمی‌توانیم مثال نقض بیاوریم؟

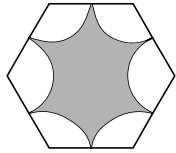
- ۱) در هر مستطیل هر قطر، نیمساز زاویه‌های دو سر آن قطر است.  
 ۲) در هر متوازی‌الاضلاع قطرها باهم برابر هستند.  
 ۳) محل برخورد عمودمنصف‌های هر مثلث همیشه درون مثلث قرار دارد.  
 ۴) در مثلث متساوی‌الاضلاع هر میانه نیمساز نیز هست.

۷۳) چهار ضلع  $ABCD$  لوزی است.  $M$  و  $N$  وسط اضلاع  $BC$  و  $CD$  هستند. با توجه به شکل دو مثلث  $ABN$  و  $ADM$  بنا به کدام حالت هم‌نهشت هستند؟



- ۱) ز ض ز  
 ۲) ض ز ض  
 ۳) ض ض ض  
 ۴) ز ز ز

۷۴) در شکل زیر محیط شش‌ضلعی منتظم  $۳۶$  است. هر رأس مرکز یک دایره و شعاع هر یک از دایره‌ها نصف طول

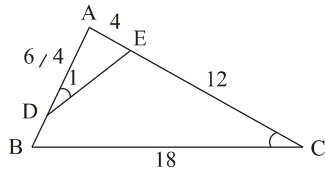


شش‌ضلعی است. محیط شکل هاشورخورده کدام است؟

- ۱)  $۱۵\pi$   
 ۲)  $۱۲\pi$   
 ۳)  $۱۳\pi$   
 ۴)  $۶\pi$

۷۵) حاصل عبارت  $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{3}$  یک عدد ..... است.

- ۱) اصم  
 ۲) مرکب  
 ۳) اول  
 ۴) منفی



۷۶) دو مثلث  $ABC$  و  $ADE$  متشابه‌اند. نسبت تشابه آنها چقدر است؟ ( $\widehat{C} = \widehat{D}_1$ )

- ۱)  $\frac{2}{9}$   
 ۲)  $\frac{1}{4}$   
 ۳)  $\frac{2}{5}$   
 ۴)  $\frac{1}{3}$

۷۷) کدام عدد دقیقاً وسط  $\frac{2}{3}$  و  $\frac{4}{5}$  است؟

- ۱)  $\frac{11}{15}$   
 ۲)  $\frac{7}{8}$   
 ۳)  $\frac{3}{4}$   
 ۴)  $\frac{6}{15}$

۷۸) مجموعه  $A$  چند عضو دارد؟  $A = \{2^{400} + 2, 2^{400} + 4, 2^{400} + 6, \dots, 2^{401}\}$

- ۱)  $2^{399}$   
 ۲)  $2^{400}$   
 ۳)  $400$   
 ۴)  $399$

۷۹) اگر تاسی را پرتاب کنیم، احتمال آنکه عدد روشده زوج و اول باشد، کدام است؟

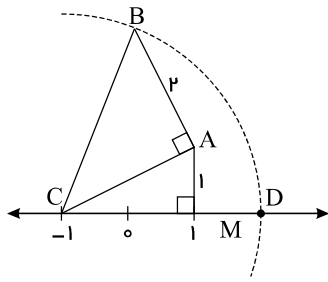
- ۱)  $\frac{1}{6}$   
 ۲)  $\frac{1}{2}$   
 ۳)  $\frac{1}{4}$   
 ۴)  $\frac{1}{3}$

۸۰) نمودار ون مربوط به عبارت «جواب‌های معادله  $-6x + 18 = -6$ » کدام است؟

- ۱)  $\begin{matrix} 6 & 18 \\ & -6 \end{matrix}$   
 ۲)  $\{-4\}$

۴) این عبارت مجموعه نیست و نمی‌توان آن را با نمودار ون نمایش داد.

- ۳)  $\{4\}$



۸۱) در شکل زیر طول نقطه  $D$  کدام است؟ (کمان به مرکز  $C$  و شعاع  $BC$  رسم شده است.)

- ۱)  $-1 + \sqrt{7}$   
 ۲) ۳  
 ۳) ۲  
 ۴) ۴

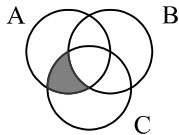
۸۲) اگر مجموعه  $A = \{2x - 1 \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\}$  و  $B = \{2x \mid x \in \mathbb{Z}, 0 \leq x < 3\}$  و  $C = \{x \mid x \in \mathbb{W}, x^2 < 10\}$  باشند، تعداد عضوهای  $(A \cup B) - C$  چند عضو است؟

- ۱) ۲      ۲) ۳      ۳) ۴      ۴) ۵

۸۳) کدام گزینه همواره درست است؟

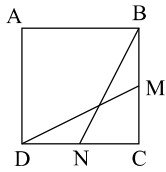
- ۱) دو مثلث متساوی الساقین که یک میانه برابر دارند، هم نهشت هستند.  
 ۲) دو مثلث قائم الزاویه که دو ضلع برابر دارند، هم نهشت هستند.  
 ۳) دو مثلث که مساحت‌های برابر داشته باشند، هم نهشت هستند.  
 ۴) دو مثلث متساوی الاضلاع که یک ارتفاع برابر دارند، هم نهشت هستند.

۸۴) کدام گزینه نشان دهنده قسمت سایه خورده است؟



- ۱)  $(A \cap C) - B$   
 ۲)  $(A \cup C) - B$   
 ۳)  $B - (A \cap C)$   
 ۴)  $C - (A \cap B)$

۸۵) در شکل زیر چهارضلعی  $ABCD$  مربع و  $\overline{DM} = \overline{BN}$  است. اگر  $\widehat{CBN} = 25^\circ$  باشد، آنگاه زاویه  $\widehat{DMN}$  چند درجه است؟



- ۱) ۴۰ درجه  
 ۲) ۳۰ درجه  
 ۳) ۲۵ درجه  
 ۴) ۲۰ درجه

۸۶) کسر عدد  $5,005$  را به دست آورید.

- ۱)  $\frac{5000}{999}$   
 ۲)  $\frac{5005}{999}$   
 ۳)  $\frac{5000}{1000}$   
 ۴)  $\frac{5000}{900}$

۸۷) حاصل عبارت زیر کدام است؟

- ۱)  $\frac{23}{46}$   
 ۲)  $\frac{20}{19}$   
 ۳)  $\frac{49}{19}$   
 ۴)  $\frac{48}{19}$   
 $2 + \frac{3}{3 + \frac{4}{1 + \frac{5}{1+5}}}$

۸۸) کدام نمودار مشخص کننده مجموعه  $A - (A \cap B)$  است؟



۸۹) اگر  $a$  و  $b$  دو عدد گویا باشند به طوری که  $|a| > |b|$  و  $(a+b) \in \mathbb{Z}$  و  $(a-b) \in (\mathbb{Q} - \mathbb{Z})$ ، در این صورت چند تا از گزاره‌های زیر می‌تواند درست باشد؟ (یعنی  $a$  و  $b$  ای وجود دارد که در شرایط مسئله صدق کند.)

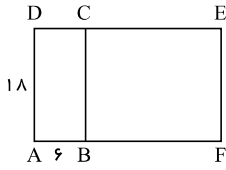
- ۱) صفر  
 ۲) ۱  
 ۳) ۲  
 ۴) ۳  
 •  $\frac{a}{b} \in \mathbb{Z}$   
 •  $\frac{a}{b} \in (\mathbb{Q} - \mathbb{Z})$   
 •  $a = -2b$



۹۰ حاصل کسر  $\frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2}}}}$  را به دست آورید؟

- ①  $\frac{5}{4}$       ②  $\frac{4}{5}$       ③ ۲      ④  $\frac{3}{2}$

۹۱ دو مستطیل  $ABCD$  و  $BCEF$  با یکدیگر مشابه‌اند. نسبت مساحت  $ADEF$  به  $BCEF$  برابر است با:  $(CE > BC)$



- ①  $\frac{8}{7}$       ②  $\frac{10}{9}$       ③  $\frac{4}{3}$       ④  $\frac{5}{4}$

۹۲ در بین گزینه‌های زیر، کوچک‌ترین عددی که به صورت نماد علمی نوشته شده، کدام است؟

- ①  $3,7 \times 10^{-2}$       ②  $53,5 \times 10^{-2}$       ③  $1,5 \times 10^{-2}$       ④  $0,05 \times 10^{-2}$

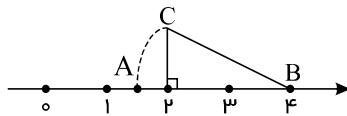
۹۳ حاصل عبارت  $\left[ \left( \frac{-1}{9} \right)^{-9} \right]^{-9}$  کدام گزینه است؟

- ① ۷      ②  $\frac{1}{7}$       ③ -۴۹      ④ +۴۹

۹۴ حاصل عبارت  $\frac{1}{11 \times 16} + \frac{1}{16 \times 21} + \frac{1}{21 \times 26} + \dots + \frac{1}{46 \times 51}$  برابر است با:

- ①  $\frac{8}{2805}$       ②  $\frac{62}{561}$       ③  $\frac{40}{561}$       ④  $\frac{8}{561}$

۹۵ در شکل مقابل نقطه  $A$  نظیر کدام عدد حقیقی است؟



- ①  $4 + \sqrt{5}$       ②  $2\sqrt{5} - 4$       ③  $4 - 2\sqrt{5}$       ④  $4 - \sqrt{5}$

۹۶ مجموعه  $A$  شامل تمام اعداد چهار رقمی است که حاصل ضرب رقم‌هایشان ۹ است. یکی از عضوهای این مجموعه را به تصادف انتخاب می‌کنیم.

احتمال اینکه این عدد کوچکتر از ۳۰۰۰ باشد، کدام است؟

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{3}{5}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{5}{6}$

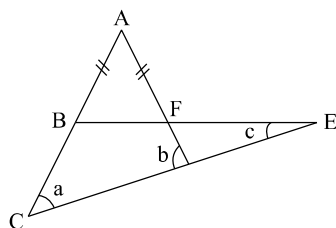
۹۷ شایان با مترو به مدرسه می‌رود. قطارهای مترو هر ۱۰ دقیقه یک‌بار به ایستگاه می‌رسند. شایان همیشه بین ساعات ۵:۰۰ تا ۶:۰۰ به ایستگاه مترو می‌رسد. احتمال اینکه شایان پس از رسیدن به ایستگاه حداکثر ۵ دقیقه معطل شود، چقدر است؟

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{6}$       ④  $\frac{5}{8}$

۹۸ اگر به تعداد اعضای یک مجموعه ۳ عضو اضافه شود، به تعداد زیرمجموعه‌هایش ۴۴۸ عضو اضافه می‌شود. این مجموعه چند عضوی است؟

- ① ۵      ② ۲      ③ ۳      ④ ۶

۹۹ در شکل زیر  $AB = AF$  است. چه رابطه‌ای بین زوایای  $a$ ،  $b$  و  $c$  برقرار است؟



- ①  $a = b + c$       ②  $b = a + c$       ③  $a = b + 2c$       ④  $b = a + 2c$

۱۰۰ خانوادہ ای ۴ فرزند دارد. با کدام احتمال خانوادہ ہم پسر و ہم دختر داشته و تعداد پسران و دختران یکسان نمی باشد؟

$\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

$\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{2}{3}$  (۱)

## پاسخنامه تشریحی

۱ در گزینه (۱) دقیقاً مشخص نیست کدام ۶ عدد فرد متوالی را می‌توان قرار داد، پس چون اعضای مجموعه دقیق مشخص نیست، این عبارت معرف یک مجموعه نیست. ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه (۲):  $\{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$ : هفت عدد طبیعی متوالی با شروع از ۱۱

گزینه (۳):  $\{1, 5, 25\}$ : شماره‌های ۲۵

گزینه (۴):  $\{\}$ : عددهای طبیعی بین ۴ و ۵

دقت کنید در گزینه (۴) مجموعه مورد نظر تهی است که قابل قبول است.

۲ نکته: اگر  $A$  مجموعه‌ای  $n$  عضوی باشد، تعداد زیرمجموعه‌هایی از  $A$  که شامل  $r$  عضو باشد و شامل  $q$  عضو نباشد، از رابطه  $2^{n-r-q}$  به دست می‌آید. ۱ ۲ ۳ ۴

در این سؤال مجموعه  $A$  دارای ۶ عضو است، حال تعداد زیرمجموعه‌هایی که عضو  $a$  را داشته باشند، ولی عضو  $b$  را نداشته باشند، (شامل یک عضو  $a$  باشد و شامل یک عضو  $b$  نباشد):

$$2^{6-1-1} = 2^4 = 16$$

۳ چون  $\sqrt{20}$  بزرگ‌تر از  $4 = \sqrt{16}$  است، پس  $4 - \sqrt{20}$  و چون  $\sqrt{5}$  کوچک‌تر از  $3 = \sqrt{9}$  است، عبارت  $\sqrt{5} - 3$  منفی است. پس: ۱ ۲ ۳ ۴

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow |4 - \sqrt{20}| - 2|\sqrt{5} - 3| = -4 + \sqrt{20} - 2(-\sqrt{5} + 3)$$

$$= -4 + \sqrt{20} + 2\sqrt{5} - 6 = -4 + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 6 = +4\sqrt{5} - 10$$

۴  $B - A$  یعنی همه عضوهایی از  $B$  که عضو  $A$  نیستند که از روی نمودار برابر است با  $\{7, 6, 5\}$  و  $A - B$  یعنی همه عضوهایی از  $A$  که عضو  $B$  نیستند که از روی نمودار برابر است با  $\{1, 2, 3, 8\}$ . ۱ ۲ ۳ ۴

۵ مجموعه  $\{\emptyset\}$  به عنوان یک عضو در مجموعه  $A$  هست پس گزینه‌های «۱» و «۴» درست هستند. می‌دانیم تهی زیر مجموعه همه مجموعه‌هاست، پس گزینه «۳» نیز صحیح است. اما گزینه «۲» نادرست است. مجموعه  $A$  عضو  $\{\{\emptyset\}\}$  را ندارد. ۱ ۲ ۳ ۴

۶ ابتدا اعضای دو مجموعه  $A$  و  $B$  را می‌نویسیم: ۱ ۲ ۳ ۴

$$A = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{9}, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \sqrt{12}, \sqrt{13}, \sqrt{14}, \sqrt{15}, \sqrt{16}\}$$

$$\Rightarrow A = \{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, 3, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \sqrt{12}, \sqrt{13}, \sqrt{14}, \sqrt{15}, 4\}$$

$$B = \{1, 4, 9, 16\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \{1, 4\}$$

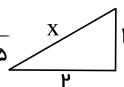
پس تعداد زیرمجموعه‌های  $A \cap B$  برابر  $2^2 = 4$  می‌شود.

۷ تعداد همه حالت‌های ممکن در پرتاب دو تاس برابر است با:  $n(S) = 6 \times 6 = 36$  و تعداد حالت‌هایی که مجموع دو تاس بزرگ‌تر از ۱۰ باشد برابر است با: ۱ ۲ ۳ ۴

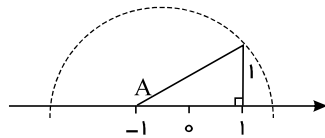
$$A = \{(5, 6), (6, 5), (6, 6)\} \Rightarrow n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

۸ وتر یک مثلث قائم‌الزاویه به اضلاع قائم ۱ و ۲: ۱ ۲ ۳ ۴

$$x^2 = 1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5 \rightarrow x = \sqrt{5}$$


که در شکل مقابل این وتر به سمت منفی کمان زده شده و مبدأ آن  $-1$  است، پس  $1 - \sqrt{5}$  را نشان می‌دهد.



۹ ابتدا سعی می‌کنیم اعداد داخل مجموعه را به شکل ساده‌تری مشخص کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴

$$8^{11} = (2^3)^{11} = 2^{33}$$

$$32^7 = (2^5)^7 = 2^{35}$$

$$\sqrt{64^{11}} = \sqrt{(2^6)^{11}} = \sqrt{2^{66}} = 2^{33}$$

در مجموعه عضو تکراری شمرده نمی‌شود، پس  $A$  دارای دو عضو  $2^{33}$  و  $2^{35}$  است.

دو لوزی در صورتی متشابه‌اند که زاویه‌های متناظرشان مساوی باشند. ممکن است یک لوزی دارای زوایای  $90^\circ$  باشد و یک زاویه دارای زوایای تند و باز باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

روش اول:  $\sqrt{10}$  تقریباً برابر  $3.1$  است و  $\sqrt{10} + 3$  برابر  $6.1$  برابر گزینه ۳ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

روش دوم:

$$\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16} \Rightarrow 3 < \sqrt{10} < 4$$

$$\xrightarrow{+3} \rightarrow 3 + 3 < 3 + \sqrt{10} < 3 + 4$$

$$6 < 3 + \sqrt{10} < 7$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$x = 2,029$$

$$0x = 2,029$$

این دو عبارت را از هم کم می‌کنیم  $\Rightarrow$

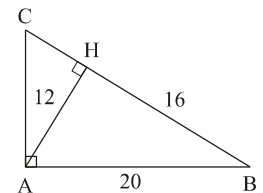
$$\frac{1000x = 2029/29}{1000x - 10x = 2029/29 - 20/29}$$

$$990x = 2009 \Rightarrow x = \frac{2009}{990}$$

ابتدا با استفاده از قضیه فیثاغورس  $BH$  را به دست می‌آوریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$BH^2 = 20^2 - 12^2 \rightarrow BH^2 = 400 - 144 = 256 \rightarrow BH = \sqrt{256} = 16$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B} \\ \hat{H} = \hat{A} = 90 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AHB \sim \triangle ABC$$

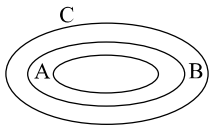


$$\frac{AH}{CA} = \frac{AB}{CB} = \frac{HB}{AB} \rightarrow \frac{12}{CA} = \frac{20}{CB} = \frac{16}{20}$$

$$\frac{12}{CA} = \frac{16}{20} \rightarrow AC = \frac{12 \times 20}{16} = \frac{240}{16} = 15$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

می‌توانیم برای سه مجموعه داده‌شده نمودار زیر را رسم کنیم:



در این صورت داریم:

$$B \cap A = A \Rightarrow [(B \cap A) - A] = \emptyset$$

$$\emptyset \cup (C - B) = (C - B)$$

هرگاه  $A \subseteq B$  و  $A \subseteq B$  باشد، در این صورت  $A = B$  است. پس هر عضو  $A$  در  $B$  و هر عضو  $B$  در  $A$  وجود دارد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

$$A = B$$

$$3 = 2 + y \Rightarrow \boxed{y = 1} \Rightarrow 2 - y = 2 - 1 = 1$$

$$\Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

$$\Rightarrow x + y = \boxed{3}$$

تنها گزینه ۳ عددی گنگ است. چون نمی‌توان آن را به صورت عددی گویا بنویسیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

۱) گویا  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$

۲) گویا  $\frac{5\pi - \pi}{\pi} = \frac{4\pi}{\pi} = 4$

۴) گویا  $\frac{2}{\sqrt{4}} = \frac{2}{2} = 1$

ابتدا مجموعه  $B$  را با اعضایش نمایش می‌دهیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$B = \{2x + 3 \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\} = \{5, 7, 9, 11\}$$

$$A \cap B = \{1, 3, 5, 7, 9\} \cap \{5, 7, 9, 11\} = \{5, 7, 9\}$$

$A \cap B$  سه عضو دارد و زیرمجموعه‌های یک عضوی آن برابر ۳ تا است.

$$\{5\}, \{7\}, \{9\}$$

تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه‌های  $n + 3$  عضوی برابر  $2^{n+3}$  و تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه  $n - 1$  عضوی برابر  $2^{n-1}$  است در نتیجه

$$\frac{2^{n+3}}{2^{n-1}} = 2^{n+3} \div 2^{n-1} = 2^{n+3-(n-1)} = 2^4 = 16$$

برای اینکه مقدار  $x + y - z$  بیشترین مقدار را داشته باشد،  $x$  و  $y$  باید دارای بیشترین مقدار ممکن و  $z$  کمترین مقدار ممکن باشد. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۸)

چون دو مجموعه برابرند، پس مجموعه  $\{y, 8, z\}$  دارای یک عضو تکراری است، پس برای  $y$  (بیشترین مقدار)  $y = 8$  و برای  $z$  (کمترین مقدار)  $z = 3$ ؛ همچنین در مجموعه  $\{x, 3\}$  برای  $x$  داریم:  $x = 8$

$$\Rightarrow x + y - z = 8 + 8 - 3 = 13$$

برای اینکه تساوی برقرار باشد باید هر کدام از اعضای هر مجموعه در دیگری وجود داشته باشد. در مجموعه سمت راست باید عضو  $\frac{6}{3}$  را  $-2$  قرار دهیم و در (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۰)

مجموعه سمت چپ باید عضو  $\frac{\sqrt{81}}{(-1)^3}$  را  $-9$  قرار دهیم:

$$\frac{\sqrt{81}}{(-1)^3} = \frac{9}{-1} = -9$$

$$\frac{6}{3} = -2$$

$$\left\{ -\frac{6}{3}, -3, -9, \frac{4}{3}, 4 \right\} = \left\{ 4, -\sqrt{9}, \frac{\sqrt{81}}{(-1)^3}, \frac{12}{9}, -2 \right\}$$

اولین مربع عدد ۱ است و چون  $100^2 = 10000$  پس؛ پیدا کردن اعداد ۱ تا ۱۰۰ می‌توانیم تعداد مربع عددهای طبیعی را به دست آوریم. پس ۱۰۰ مربع (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۱)

طبیعی داریم و تعداد عضوهای مجموعه برابر ۱۰۰۰۰ است. بنابراین:

$$\frac{100}{10000} = \frac{1}{100} = 1\%$$

عدد  $a \times 10^n$  که در آن  $a$  عدد اعشاری و  $1 \leq a < 10$  و  $n$  عدد صحیح است را نماد علمی می‌گویند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۲)

$$300300 = 3,003 \times 10^5$$

اعضای مجموعه‌های گزینه‌های ۱ و ۲ و ۳ مشخص و متمایز نیست، پس نشان‌دهنده یک مجموعه نیست. ولی گزینه ۴ مجموعه‌ای تهی و نشان‌دهنده یک مجموعه است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۳)

با توجه به شکل زیر داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۴)

از نقطه  $O$  نیمساز دو خط عمود بر ضلع‌ها که به یک فاصله می‌باشد زده شده و دو مثلث قائم‌الزاویه  $AHD$  و  $AKD$  به دست آمده که این دو مثلث با توجه به شکل دارای ضلع مشترک  $AD$  یعنی همان وتر است. همچنین چون خط  $d$  نیمساز زاویه  $A$  است پس  $A_1 = A_2$  است، پس در مثلث قائم‌الزاویه  $AHD$  و  $AKD$  بنا به وتر و یک زاویه تند با یکدیگر هم‌نهشت می‌باشند.

نکته: تعداد اعداد، در یک الگوی حسابی از رابطه زیر محاسبه می‌شود: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۵)

$$\text{تعداد} = \frac{\text{اولی} - \text{آخری}}{\text{گام}} + 1$$

در اینجا اعداد دو رقمی مضرب ۳ عبارت‌اند از:

$$12, 15, \dots, 99 \Rightarrow \text{تعداد} = \frac{99 - 12}{3} + 1 = 29 + 1 = 30$$

حال باید از این تعداد، مضارب ۱۵ را حذف کنیم:

$$\text{بر } 3 \text{ و } 5 \text{ بخش پذیرند.} \rightarrow \{15, 30, 45, 60, 75, 90\} = \text{مضارب } 15$$

$$\Rightarrow 30 - 6 = 24$$

۶ نفر که در هیچ کدام شرکت نکرده‌اند را از کل دانش‌آموزان کم می‌کنیم  $2006 - 6 = 2000$  (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۶)

حال اگر دانش‌آموزان شرکت‌کننده در مسابقه ریاضی کانگورو را  $A$  در نظر بگیریم و شرکت‌کننده در مسابقه ادبیات را  $B$ ، می‌توانیم کل شرکت‌کنندگان در مسابقات ریاضی و ادبی را با  $A \cup B$  نشان دهیم. خواهیم داشت:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$2000 = 1500 + 1200 - x \Rightarrow 2000 = 2700 - x \Rightarrow x = 700$$

۲۷) بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: هر دو عضو مجموعه  $C$  در مجموعه  $A$  وجود دارد. پس  $C \subseteq A$  و این گزینه درست است.

گزینه ۲: درست  $n(A \cap C) = 2$   $A \cap C = \{1, \{1\}\}$

گزینه ۳: نادرست زیرا:  $A \cap B = \{1\}$

گزینه ۴: درست  $B = C = \{2\} = (B - C) \cap A = \emptyset$

۲۸) بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: نادرست است.

گزینه ۲: نادرست است.

گزینه ۳: درست است.

گزینه ۴: نادرست است.

$$(-v^2)^5 = -v^{10}$$

$$(-v^5)^2 = +v^{10}$$

$$(-v^5)^{-2} = \frac{1}{(-v^5)^2} = \frac{1}{v^{10}} = v^{-10}$$

$$(-v^2)^{-5} = \frac{1}{(-v^2)^5} = \frac{1}{-v^{10}} = -v^{-10}$$

۲۹) از رأس روبه‌روی دو ضلع موازی یعنی نقطه  $C$  رابطه جزء به کل را می‌نویسیم:

$$\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB} = \frac{DE}{AB}$$

$$\frac{8}{8+x} = \frac{3}{x-5} \xrightarrow[\text{وسطین}]{\text{طرفین}} 8(x-5) = 3(8+x) \Rightarrow 8x - 40 = 24 + 3x$$

$$8x - 3x = 24 + 40 \Rightarrow 5x = 64 \Rightarrow x = \frac{64}{5} = 12,8$$

۳۰) ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰

$$\left. \begin{aligned} x = 0,1 \\ -10x = 1,1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 10x - x = 1,1 - 0,1 = 1$$

$$9x = 1$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$$\sqrt{0,1} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} = 0,3333 = 0,3\bar{3}$$

۳۱) داخل پرانتز ۳ تا عبارت  $4^6$  با هم جمع شده که به صورت  $3 \times 4^6$  نوشته می‌شود.

$$\frac{3^5 \times 3 \times 4^6}{6^6} = \frac{\cancel{3}^5 \times \cancel{3}^1 \times 2^{12}}{\cancel{2}^6 \times \cancel{3}^6} = 2^6$$

۳۲) مشخصاً اعضای  $A$  در اعداد صحیح  $Z$  و مابین اعداد  $-4$  و  $2$  است که مجموعه  $A$  صورت اعضایش به این صورت در می‌آید

$A = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$  دقت شود که خود اعداد  $(-4)$  و  $2$  نیز عضو مجموعه هستند.

۳۳) وقتی سوزان خیس شده است، یعنی: باران بارید و چتر خودش را نیاورده است. احتمال اینکه سوزان چتر خودش را به همراه آورد،  $\frac{3}{5}$  است. بنابراین، احتمال

اینکه چتر را با خودش نیاورده باشد،  $\frac{2}{5} = 1 - \frac{3}{5}$  است.

سوزان چتر نیاورده و باران باریده = پیشامد مطلوب

$$P(A) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$$

۳۴) ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

$$\sqrt{a^2 + 3} + a = 4 \Rightarrow \sqrt{a^2 + 3} = 4 - a$$

به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(\sqrt{a^2 + 3})^2 = (4 - a)^2 \Rightarrow \sqrt{(a^2 + 3)^2} = (4 - a)^2$$

$a^2 + 3$  همواره مثبت است:

$$\Rightarrow |a^2 + 3| = 16 - 8a + a^2$$

$$\Rightarrow \cancel{a} + 3 = 16 - 8a + \cancel{a} \Rightarrow 8a = 13 \Rightarrow a = \frac{13}{8}$$

از طرفی:

$$\sqrt{a^2 + 3} + a = 4 \rightarrow \sqrt{a^2 + 3} = 4 - a \quad (I) \Rightarrow 2\sqrt{a^2 + 3} - 2a = 2(4 - a) - 2a$$

$$= 8 - 2a - 2a$$

$$= 8 - 4a$$

$$= 8 - 4 \times \frac{13}{8} = 8 - \frac{13}{2} = \frac{3}{2}$$

ابتدا پیرانتز را به توان ۲ می‌رسانیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۵)

$$(\sqrt{10} - \sqrt{6})^2 = 10 - 2\sqrt{6 \times 10} + 6 = 16 - 2\sqrt{4 \times 15} = 16 - 4\sqrt{15} = 4(4 - \sqrt{15})$$

$$\Rightarrow (4 + \sqrt{15})\sqrt{(\sqrt{10} - \sqrt{6})^2} \sqrt{4 - \sqrt{15}}$$

$$= (4 + \sqrt{15})\sqrt{16 - 4\sqrt{15}} \times \sqrt{4 - \sqrt{15}} = (4 + \sqrt{15}) \times 2\sqrt{4 - \sqrt{15}} \cdot \sqrt{4 - \sqrt{15}}$$

$$= 2(4 + \sqrt{15})(4 - \sqrt{15}) = 2(16 - 15) = 2$$

ابتدا تعداد کل حالت‌های پرتاب یک تاس و سه سکه را به دست می‌آوریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۶)

$$n(S) = 6 \times 2 \times 2 \times 2 = 48$$

حال مجموعه A را به صورت زیر در نظر می‌گیریم (شماره تاس برابر تعداد دفعات رو آمدن سکه‌ها):

$$A = \{(1, r, p, p), (1, p, r, p), (1, p, p, r)\}$$

$$\text{و } \{(2, r, r, p), (2, r, p, r), (2, p, r, r), (3, r, r, r)\}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{48}$$

برای نوشتن فاصله دو عدد مانند a و b داریم |a - b| و در این سؤال خواهیم داشت: |x - (-2)| = 3 در نتیجه |x + 2| (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۷)

نکته مهم در این سوال رعایت عملیات است. ابتدا حاصل ضرب و تقسیم هر کدام که زودتر آمده بود (از چپ) سپس حاصل جمع و تفریق را به دست می‌آوریم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۸)

$$(1) -\frac{3}{8} \div \frac{9}{4} = -\frac{3}{8} \times \frac{4}{9} = -\frac{1}{6} \quad (2) -\frac{1}{6} \times (-\frac{5}{6}) = \frac{5}{36} \quad (3) \frac{5}{6} + \frac{5}{36} = \frac{30 + 5}{36} = \frac{35}{36}$$

n را تعداد عضوهای مجموعه B در نظر می‌گیریم پس تعداد زیرمجموعه‌های آن برابر ۲<sup>n</sup> می‌شود. اگر سه واحد از اعضای آن کم شود تعداد زیرمجموعه‌های آن ۲۲۴ واحد کم می‌شود. پس: (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۹)

آن ۲۲۴ واحد کم می‌شود.

$$2^n = \text{تعداد زیرمجموعه} \rightarrow n \text{ عضو}$$

$$2^{(n-3)} = \text{تعداد زیرمجموعه} \rightarrow (n-3) \text{ عضو}$$

$$2^n - 2^{n-3} = 224 \Rightarrow 2^n - \frac{2^n}{8} = 224 \Rightarrow 2^n \left(1 - \frac{1}{8}\right) = 224$$

$$\Rightarrow 2^n \left(\frac{7}{8}\right) = 224 \Rightarrow 2^n = 224 \div \frac{7}{8} = 224 \times \frac{8}{7} = 256$$

$$\Rightarrow 2^n = 256 \Rightarrow 2^n = 2^8 \Rightarrow n = 8$$

تعداد اعضای مجموعه B برابر ۸ است.

در گزینه (۱) اگر  $A = \emptyset$  باشد، داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۴۰)

$$\left. \begin{aligned} \emptyset \cup B = B \\ \emptyset - B = \emptyset \end{aligned} \right\} \Rightarrow A \cup B \neq A - B$$

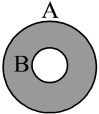
در گزینه (۲) اگر  $B = \emptyset$  باشد، داریم:

$$\left. \begin{aligned} A \cup \emptyset = A \\ A - \emptyset = A \end{aligned} \right\} \Rightarrow A \cup B = A - B$$

در گزینه (۳) اگر  $A = B$  باشد، داریم:

$$\left. \begin{aligned} A \cup A = A \\ A - A = \emptyset \end{aligned} \right\} \Rightarrow A \cup B \neq A - B$$

در گزینه (۴) اگر  $B \subseteq A$  باشد، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} A \cup B = A \\ A - B \Rightarrow \end{array} \right\} \Rightarrow A \cup B \neq A - B$$


پایه‌ها برابرند، پس توان‌ها هم باید برابر باشند. باید پایه‌ها را برابر کنیم که برای این کار، پایه عبارت  $(\frac{5}{2})^{2-\Delta x}$  را با توان  $-1$  می‌نویسیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{2x+3} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-1 \cdot 2-\Delta x}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{2x+3} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\Delta x-2}$$

$$\Rightarrow 2x + 3 = \Delta x - 2 \Rightarrow -3x = -5$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۲

$$A = \left\{ \frac{-2}{2(-2)+1}, \frac{-1}{2(-1)+1}, \frac{0}{2(0)+1}, \frac{1}{2(1)+1} \right\} = \left\{ \frac{2}{3}, 1, 0, \frac{1}{3} \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{3(-1)+1}{4(-1)-2}, \frac{1 \cdot 3(0)+1}{3 \cdot 4(0)-2}, \frac{1 \cdot 3(1)+1}{3 \cdot 4(1)-2}, \frac{1 \cdot 3(2)+1}{3 \cdot 4(2)-2} + \frac{1}{3} \right\} = \left\{ \frac{2}{3}, -\frac{1}{6}, \frac{7}{3}, \frac{9}{6} \right\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \left\{ \frac{2}{3} \right\} = \left\{ \frac{30}{45} \right\}$$

مجموعه  $\{5, -3, 2\}$  سه عضو دارد. پس  $2^3 = 8$  زیرمجموعه دارد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۳

تعداد توپ‌های آبی را  $x$  در نظر می‌گیریم و می‌دانیم احتمال اینکه توپ خارج‌شده از جعبه، آبی‌رنگ باشد،  $\frac{6}{7}$  است. پس داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۴

$$\frac{x}{20 + 15 + x} = \frac{6}{7} \Rightarrow 7x = 120 + 90 + 6x \Rightarrow x = 210$$

چون  $x$  عددی منفی است پس: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۵

$$\sqrt{x^2 + 1 + \underbrace{|2x|}_{\text{منفی}}} = \sqrt{x^2 + 1 - 2x} = \sqrt{(x-1)^2} = |x-1| \xrightarrow{x-1 < 0} -x+1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶

$$1 + \frac{2+1}{2} = 1 + \frac{3}{2} = 1 + 3 = 4$$

طبق فرض سوال  $a$  عددی منفی است ( $a < 0$ ) پس  $-a + 1 > 0$  و  $a - 1 < 0$  است و می‌دانیم که عبارت زیر رادیکال به توان ۲ برابر با قدر مطلق آن عبارت است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۷

$$\sqrt{(-a+1)^2} - \sqrt{(a-1)^2} = |-a+1| - |a-1| = -a+1 - (-a+1) = -a+1 + a-1 = 0$$

ابتدا عدد ۱ را در عبارات جبری جایگذاری می‌کنیم سپس مقادیر قدرمطلق حاصل را به‌دست می‌آوریم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۸

$$|3x-1| + |x-4| + 3-x \stackrel{x=1}{=} |3-1| + |1-4| + 3-1 = 2+3+2=7$$

ابتدا حاصل ضرب را حساب می‌کنیم و بعد به‌صورت  $a \times 10^n$  که در آن  $a$  عدد اعشاری و  $1 \leq a < 10$  و  $n$  عدد صحیح است می‌نویسیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹

$$\frac{25,1 \times 10^4 \times 0,000012}{0,00002 \times 10^{-6}} = \frac{25,1 \times 10^4 \times 12 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-5} \times 10^{-6}} = 25,1 \times 6 \times 10^{4-(-5)}$$

$$= 150,6 \times 10^9 = 1,506 \times 10^{11}$$

تساوی دو زاویه  $\widehat{BDA}$  و  $\widehat{ACB}$  جزء فرض مسئله نیست، در واقع دو زاویه نامساوی را بیان کرده است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۰

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۱

کسرها را به‌صورت ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\frac{5}{2 \times 3} - \frac{7}{3 \times 4} + \frac{9}{4 \times 5} - \frac{11}{5 \times 6} + \frac{13}{6 \times 7} - \frac{15}{7 \times 8} = \frac{3+2}{2 \times 3} - \frac{4+3}{3 \times 4} + \frac{5+4}{4 \times 5} - \frac{6+5}{5 \times 6} + \frac{7+6}{6 \times 7} - \frac{8+7}{7 \times 8}$$

$$= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) - \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right)$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$



۵۲ ۱ ۲ ۳ ۴

حل به روش الگویی: ابتدا برای هر کدام از شماره‌های مجموعه‌های  $A$  با استفاده از عضو انتهایی آن یک جدول تشکیل می‌دهیم.

مجموعه	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_n$
آخرین عضو	۱	۳	۶	۱۰	$\frac{n(n+1)}{2}$

پس برای مجموعه  $A_n$  آخرین عضو آن  $\frac{n(n+1)}{2}$  است. عضو ابتدا  $A_{11}$  یکی بیشتر از عضو آخر  $A_{11}$  است. پس داریم:

$$\frac{11 \times 12}{2} + 1 = 67$$

۵۳ ۱ ۲ ۳ ۴

کسرهایی نمایش اعشاری مختوم دارند که پس از ساده شدن صورت مخرج آنها در تجزیه مخرجشان، فقط شمارنده‌های ۲ یا ۵ وجود داشته باشد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱:  $\frac{w}{160} = 2^5 \times 5 = 160$  فقط شمارنده ۲ و ۵ دارد پس مختوم است.

گزینه ۲:  $\frac{y}{60} = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$  شمارنده ۳ دارد.

گزینه ۳:  $\frac{z}{15} = 3 \times 5 = 15$  شمارنده ۳ دارد.

گزینه ۴:  $\frac{x}{22} = 2 \times 11 = 22$  شمارنده ۱۱ دارد.

۵۴ ۱ ۲ ۳ ۴

با ضرب صورت و مخرج در مزدوج مخرج، مخرج‌ها را گویا می‌کنیم:

$$\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{1}} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}+\sqrt{2}$$

و به همین ترتیب، مخرج بقیه کسرها را گویا می‌کنیم، پس عبارت به شکل زیر تبدیل می‌شود.

$$(\sqrt{2}+1) - (\sqrt{3}+\sqrt{2}) + (\sqrt{4}+\sqrt{3}) - (\sqrt{5}+\sqrt{4}) + \dots + (\sqrt{100}+\sqrt{99}) = 1 + \sqrt{100} = 1 + 10 = 11$$

۵۵ ۱ ۲ ۳ ۴

عبارت‌های رادیکالی را تا حد امکان در صورت و مخرج عبارت ساده می‌کنیم.

$$\frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{125}} = \frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{9 \times 5} - \sqrt{4 \times 5} + \sqrt{25 \times 5}}$$

$$= \frac{5 + \sqrt{5}}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 5\sqrt{5}} = \frac{5 + \sqrt{5}}{6\sqrt{5}}$$

حال مخرج عبارت به دست آمده را گویا می‌کنیم:

$$\frac{5 + \sqrt{5}}{6\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(5 + \sqrt{5})}{30} = \frac{5\sqrt{5} + 5}{30} = \frac{5(\sqrt{5} + 1)}{30} = \frac{\sqrt{5} + 1}{6}$$

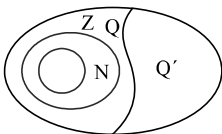
۵۶ ۱ ۲ ۳ ۴

تقریباً برابر  $\sqrt{5}$  و  $\sqrt{11}$  تقریباً  $3.3$  پس تنها گزینه ۴ بین این دو عدد قرار دارد.

$$2\sqrt{2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{8} \Rightarrow \sqrt{5} < \sqrt{8} < \sqrt{11}$$

۵۷ ۱ ۲ ۳ ۴

این مجموعه به کمک نمودار ون به صورت زیر مشخص شده است. با توجه به این نمودار عبارت پ و ب صحیح هستند.



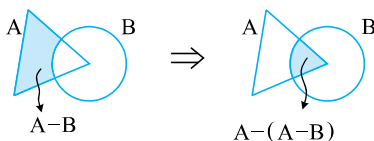
۵۸ ۱ ۲ ۳ ۴

چون تعداد دانش‌آموزان ۵ نفر است، بنابراین اگر هر ۵ تای آنها عدد ۴ را انتخاب کنند، بیشترین مقدار ممکن  $1024$  خواهد بود. پس گزینه ۴ حذف می‌شود.

همچنین عددی که به دست می‌آید باید از توان ۲ باشد و در میان گزینه‌های باقی‌مانده فقط  $256$  است که از عامل‌های ۲ به دست آمده است.

۵۹ ۱ ۲ ۳ ۴

در گزینه ۲ ابتدا  $A - B$  را مشخص می‌کنیم، سپس این مجموعه را از  $A$  کم می‌کنیم.

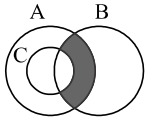


۶۰ ۱ ۲ ۳ ۴

مساحت مثلث قائم‌الزاویه برابر است با نصف حاصل‌ضرب دو ضلع قائمه، یا نصف حاصل‌ضرب ارتفاع وارد بر وتر در وتر، بنابراین:

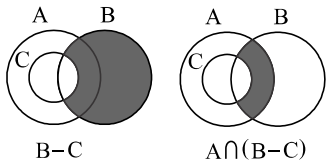
$$\Delta_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{AH \times BC}{2} \Rightarrow AB \times AC = AH \times BC \Rightarrow 3 \times 4 = AH \times 5 \Rightarrow AH = \frac{12}{5} = 2,4$$

۶۱ ۱ ۲ ۳ ۴

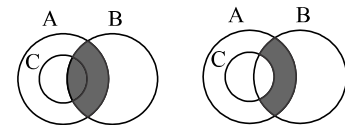


بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱ نشان‌دهندهٔ مجموعهٔ بالا است. زیرا:

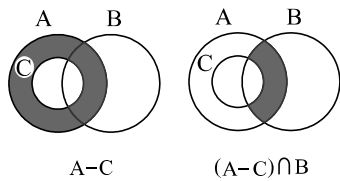


گزینه ۲ نیز نشان‌دهندهٔ قسمت رنگی است.

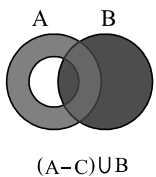


$$A \cap B \xrightarrow{C \text{ را کم می‌کنیم}} A \cap B - C$$

گزینه ۳ نیز بیانگر قسمت مشخص شده است.



اما گزینه ۴ بیانگر مجموعهٔ زیر است که با صورت سؤال مطابقت ندارد.



۶۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا مجموعه‌های  $A \cup B$  و  $A \cap B$  را تشکیل می‌دهیم:

$$A \cap B = \{3\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$(A \cap B) \subseteq X \subseteq (A \cup B)$$

$$\{3\} \subseteq X \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

مجموعهٔ  $X$  عضو ۳ را حتماً باید داشته باشد، ولی عضوهای ۱ و ۲ و ۴ و ۵ را می‌تواند داشته باشد یا نداشته باشد. (برای هر کدام دو حالت وجود دارد).

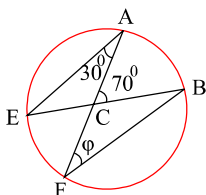
پس  $2^4 = 16$  مجموعهٔ متفاوت می‌توان به جای  $X$  قرار داد.

۶۳ ۱ ۲ ۳ ۴

زاویهٔ  $ACB$  زاویهٔ خارجی مثلث  $ACE$  است، پس برابر است با  $\hat{A} + \hat{E}$  و در نتیجه:

$$\hat{E} = \hat{ACB} - \hat{A} = 70^\circ - 30^\circ = 40^\circ$$

زاویه‌های  $E$  و  $F$  هر دو محاطی روبه‌رو به یک کمان هستند، پس مساوی‌اند و در نتیجه  $\varphi = 40^\circ$



۶۴ ۱ ۲ ۳ ۴  $n$  را تعداد اعضای مجموعهٔ  $A$  در نظر می‌گیریم؛ پس تعداد زیرمجموعه‌های مجموعهٔ  $A$  برابر  $2^n$  می‌شود. حال اگر تعداد اعضای مجموعهٔ  $A$  را سه واحد

افزایش دهیم، تعداد اعضا برابر  $(n + 3)$  و تعداد زیرمجموعه‌های آن برابر  $2^{n+3}$  می‌شود و در نتیجه خواهیم داشت:

$$2^{n+3} - 2^n = 112 \Rightarrow 2^n \times 2^3 - 2^n = 112 \Rightarrow 2^n(2^3 - 1) = 112$$

$$\Rightarrow 2^n(7) = 112 \Rightarrow 2^n = \frac{112}{7} = 16 \Rightarrow 2^n = 2^4 \Rightarrow n = 4$$

مجموعه  $X$  باید اعضای  $\{1, 2, \dots, 10\}$  را حتماً داشته باشد اما اعضای  $\{11, 12, \dots, 17\}$  را می‌تواند داشته باشد، می‌تواند نداشته باشد. پس برای هر کدام

از اعضای ۱۱ تا ۱۷، دو حالت وجود دارد. پس داریم:

$$2^{17-10} = 2^7 = 128$$

برای مقایسه راحت‌تر اعداد توان‌دار، سعی می‌کنیم آنها را با پایه‌های برابر یا توان‌های برابر در نظر بگیریم:

$$27^{15} = (3^3)^{15} = 3^{45}$$

$$32^8 = (2^5)^8 = 2^{40}$$

حال چهار عدد  $3^{25}$ ,  $3^{45}$ ,  $2^{35}$ ,  $2^{40}$

$$2^{35} < 2^{40} \text{ و } 3^{25} < 3^{45}$$

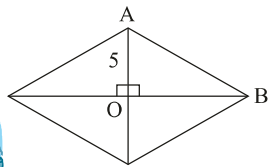
حال کفایت دو عدد  $2^{40}$  و  $3^{45}$  را مقایسه کنیم که در واقع

$$2^{40} = (2^8)^5 < 3^{45} = (3^9)^5$$

زاویه‌های دو لوزی باید برابر باشد. بنابراین زاویه لوزی دیگر باید همان  $50^\circ$  درجه یا مکمل آن یعنی  $130^\circ$  درجه باشد.

$$180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۸



$$OA = 5, OB = \frac{\sqrt{200}}{2} = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$$

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 \Rightarrow AB = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

نسبت اضلاع و قطرها همان نسبت تشابه است. پس اندازه اضلاع و قطرهای لوزی بزرگ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{2}{5} = \frac{\sqrt{200}}{5} \Rightarrow \text{قطر بزرگ} = \frac{5 \times \sqrt{200}}{2} = 25\sqrt{2}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{10}{5} \Rightarrow \text{قطر کوچک} = \frac{5 \times 10}{2} = 25, \quad \frac{2}{5} = \frac{5\sqrt{3}}{5} \Rightarrow \text{ضلع لوزی بزرگتر} = \frac{25\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{مساحت لوزی} = \frac{25\sqrt{2} \times 25}{2} = \frac{625\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{\text{مساحت لوزی}}{\text{محیط لوزی}} = \frac{25\sqrt{6}}{12}$$

$$\text{محیط لوزی} = 4 \times \frac{25\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$$

استدلال ۱ ۲ ۳ ۴ ۶۹

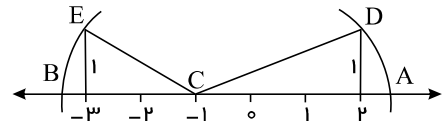
۱ ۲ ۳ ۴ ۷۰

$$\frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} \div \frac{-1 - \frac{3}{4}}{-1 + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{4+3}{4}}{\frac{4-3}{4}} \div \frac{\frac{-4-3}{4}}{\frac{-4+3}{4}} = \frac{7}{4} \div \frac{-7}{4} = \frac{7}{4} \times \frac{-4}{7} = 1$$

به مرکز  $(-1)$  یک کمان به شعاع  $CD$  به سمت راست و یک کمان به شعاع  $CE$  به سمت چپ زده شده است در نقاط  $A$  و  $B$  به دست آمده است.

$$CE^2 = 2^2 + 1^2 \rightarrow CE^2 = 4 + 1 = 5 \rightarrow CE = \sqrt{5} \rightarrow B = -1 - \sqrt{5}$$

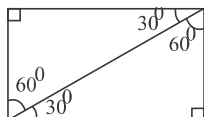
$$AB = A - B = (\sqrt{10} - 1) - (-1 - \sqrt{5}) = \sqrt{10} - 1 + 1 + \sqrt{5} = \sqrt{10} + \sqrt{5}$$



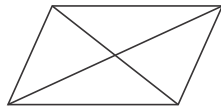
بررسی گزینه‌ها: ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۲

برای گزینه‌های ۱ تا ۳ مثال نقض می‌زنیم:

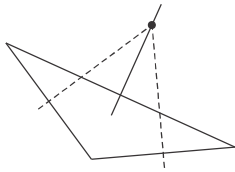
گزینه ۱: قطر نیمساز نیست زیرا زاویه را به دو زاویه برابر تقسیم نکرده است.



گزینه ۲: یکی از قطرهای دیگر کوچکتر است.



گزینه ۳: محل برخورد عمودمنصفها بیرون مثلث قرار دارد و همیشه درون مثلث قرار نمی‌گیرد.

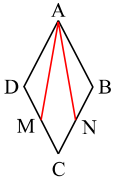


۱ ۲ ۳ ۴ ۷۳

شکل لوزی است، پس نصف ضلع‌های آن نیز با هم برابرند.  $BN = DM$

زاویه‌های روبه‌رو در لوزی با هم برابرند.  $\widehat{B} = \widehat{D}$

اضلاع لوزی همه باهم برابرند پس،  $AD = AB$ ، بنابراین حالت دو ضلع و زاویه بین دو مثلث  $ADM$  و  $ABN$  باهم، هم‌نهشت هستند.



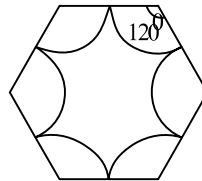
۱ ۲ ۳ ۴ ۷۴ ابتدا اندازه زاویه شش ضلعی منتظم را به دست می‌آوریم.

$$\frac{180^\circ(6-2)}{6} = \frac{180^\circ \times 4}{6} = 120^\circ$$

بنابراین هر زاویه داخلی ۶ ضلعی منتظم  $120^\circ$  است.

اگر این قطاع‌های دایره‌ای را پیش هم بگذاریم:

$$\frac{6 \times 120^\circ}{360^\circ} = 2$$



به اندازه ۲ دایره کامل خواهد بود.

پس کافی است، محیط یک دایره را به دست آورده و در ۲ ضرب کنیم.

اندازه ضلع شش ضلعی  $36 \div 6 = 6$

شعاع دایره  $6 \div 2 = 3$

محیط دایره  $2\pi r = 6\pi$

محیط قسمت هاشورخورده  $= 12\pi$

نکته:  $\sqrt{a^2}$  برابر است با  $|a|$  (علامت  $|a|$  یعنی  $a$  با مقدار مثبت) ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۵

می‌دانیم  $\sqrt{3} \approx 1,7$  از ۲ کمتر است پس  $\sqrt{3} - 2$  منفی است پس  $|\sqrt{3} - 2| = 2 - \sqrt{3}$

$$\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} + \sqrt{3} = |\sqrt{3} - 2| + \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2$$

در دو مثلث متشابه ضلع‌های متناظر، به ضلع‌هایی می‌گویند که روبه‌رو به زاویه‌های مساوی قرار دارند. ضلع‌های  $AD$  و  $AC$  ضلع‌های متناظرند، چون روبه‌روی ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۶

دو زاویه مساوی  $\widehat{E}$  و  $\widehat{B}$  قرار دارند. زیرا:  $\widehat{A} = \widehat{A}$  و  $\widehat{D}_1 = \widehat{C} \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{E}$

نسبت تشابه برابر نسبت اضلاع متناظر است. بنابراین نسبت تشابه برابر نسبت ضلع‌های  $AD$  و  $AC$  است.

$$\frac{AD}{AC} = \frac{6,4}{16} = \frac{64}{160} = \frac{64}{10 \times 16} = \frac{2}{5}$$

نسبت تشابه دو مثلث  $\frac{2}{5}$  یا  $\frac{5}{2}$  است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۷ عدد وسط همان میانگین دو عدد است. عدد میانگین دقیقاً وسط دو عدد قرار می‌گیرد.

$$\frac{\frac{2}{3} + \frac{4}{5}}{2} = \frac{\frac{10+12}{15}}{2} = \frac{\frac{22}{15}}{2} = \frac{11}{15}$$

۷۸ اعضای مجموعه  $A$  را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} & 2^{400} + 2 \times 1 \\ & 2^{400} + 2 \times 2 \\ & 2^{400} + 2 \times 3 \\ & \vdots \\ & 2^{400} + 2^{400} = 2 \times 2^{400} = 2^{401} \quad 2^{400} \div 2 = 2^{399} \end{aligned}$$

اعضای این مجموعه ( $A$ ) از جمع اعداد زوج از ۲ تا  $2^{400}$  و خود عدد  $2^{400}$  به دست می‌آیند. نصف عدد  $2^{400}$  تعداد اعداد زوج هستند. پس این مجموعه  $2^{399}$  عضو دارد.

۷۹

$$n(S) = 6$$

$$A = \{2\} \Rightarrow n(A) = 1$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

در یک تاس داریم:

از طرفی می‌دانیم تنها عدد اول زوج، ۲ است.

در نتیجه، احتمال آن برابر است با:

۸۰

با حل معادله  $6x + 18 = -6$  نتیجه می‌شود  $x = -4$  جواب معادله است، بنابراین مجموعه جواب‌های معادله  $6x + 18 = -6$  برابر  $\{-4\}$  است.

۸۱ بنابر رابطه فیثاغورس داریم:

$$\triangle AMC : AC^2 = (2)^2 + (1)^2 = 5$$

$$\triangle ABC : BC^2 = (\sqrt{5})^2 + (2)^2 = 9 \Rightarrow BC = CD = 3$$

$$D : -1 + 3 = 2$$

از آن جایی که مرکز کمان، نقطه  $(-1)$  است، بنابراین:

۸۲ ابتدا هر یک از مجموعه‌های  $A$ ،  $B$  و  $C$  را با اعضای آنها مشخص می‌کنیم:

$$A = \{1, 3, 5, 7\} \quad , \quad B = \{0, 2, 4\} \quad , \quad C = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\}$$

$$C = \{0, 1, 2, 3\}$$

مجموعه  $C$  یعنی اعداد  $\{0, 1, 2, 3\}$  را از مجموعه  $A \cup B$  کم می‌کنیم:

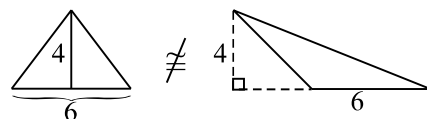
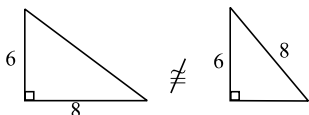
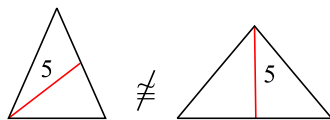
$$(A \cup B) - C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\} - \{0, 1, 2, 3\} = \{4, 5, 7\}$$

۸۳ چون مثلث متساوی‌الاضلاع، یک سه‌ضلعی منتظم است و تمام ارتفاع‌های آن با هم برابر هستند، در صورت داشتن یک ارتفاع برابر بین دو مثلث، هر سه ارتفاع دو

مثلث با هم برابر و در نتیجه دو مثلث با هم، هم‌نهشت هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها: برای گزینه‌های ۱ تا ۳ مثال نقض می‌آوریم.

گزینه ۱: دو میانه برابر دارند اما با هم هم‌نهشت نیستند.



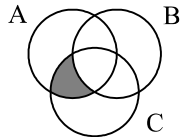
گزینه ۲: چون وتر آنها برابر نیست هم‌نهشت نیستند.

گزینه ۳: با توجه به شکل کاملاً مشخص است هم‌نهشت نیستند.

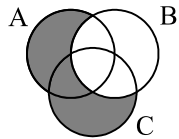
یکی مثلث متساوی‌الساقین و دیگری مثلث متساوی‌الاضلاع است.

۸۴ نمودار و مربوط به تمام گزینه‌ها را رسم می‌کنیم.

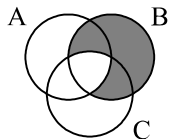
بررسی گزینه‌ها:



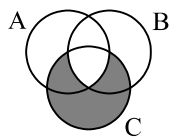
گزینه ۱:  $(A \cap B) - C$



گزینه ۲:  $(A \cap B) \cup (A \cap C) - B$

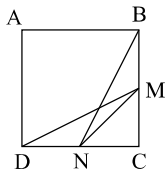


گزینه ۳:  $B - (A \cap C)$



گزینه ۴:  $C - (A \cap B)$

۸۵ (۱) (۲) (۳) (۴) دو مثلث  $BNC$  و  $DMC$  هم‌نهشت‌اند، بنا به وتر و یک ضلع.



$$\left. \begin{array}{l} \overline{BC} = \overline{DC} \text{ ضلع مربع} \\ \overline{BN} = \overline{DM} \text{ فرض} \\ \hat{C} = 90^\circ \text{ زاویه مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} \triangle BNC \cong \triangle DMC \xrightarrow{\text{(وض)}} \hat{CBN} = \hat{MDC} = 25^\circ$$

$$MC = NC \Rightarrow \triangle MNC \text{ مثلث متساوی الساقین} \Rightarrow \hat{CMN} = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$\hat{MDC} = 25^\circ, \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \hat{DMC} = 180^\circ - 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ \Rightarrow \hat{DMN} = 20^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{DMN} = \hat{DMC} - \hat{CMN} = 65^\circ - 45^\circ = 20^\circ$$

۸۶ (۱) (۲) (۳) (۴)

$$x = 5,005$$

$$1000x = 5005,005$$

$$1000x - x = 5005,005 - 5,005 \Rightarrow \text{دو عبارت را از هم کم می‌کنیم}$$

$$999x = 5000 \Rightarrow x = \frac{5000}{999}$$

۸۷ (۱) (۲) (۳) (۴)

از داخلی‌ترین عبارت داخلی کسر شروع به ساده کردن می‌کنیم؛ داریم:

$$1 + \frac{5}{1+5} = 1 + \frac{5}{6} = \frac{11}{6}$$

$$3 + \frac{4}{\frac{11}{6}} = 3 + \frac{24}{11} = \frac{32+24}{11} = \frac{56}{11}$$

$$2 + \frac{3}{\frac{56}{11}} = 2 + \frac{33}{56} = 2 + \frac{11}{19} = \frac{38+11}{19} = \frac{49}{19}$$

۸۸ (۱) (۲) (۳) (۴) ابتدا  $A \cap B$  را مشخص می‌کنیم که قسمت مشترک  $A$  و  $B$  است. حال  $A - (A \cap B)$  شامل نقاطی است که در  $A$  وجود دارند ولی در  $A \cap B$  وجود

ندارند، که نمودار گزینه (۳) نمایش این مجموعه است.

۸۹ (۱) (۲) (۳) (۴) با ارائه مثال می‌بینیم که  $\frac{a}{b} \in \mathbb{Z}$  و  $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$  می‌تواند درست باشد. و همواره  $a \neq -2b$ .



یعنی  $2^{n+3}$  از  $2^n$  تعداد ۴۴۸ تا بیشتر است یعنی: ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۸

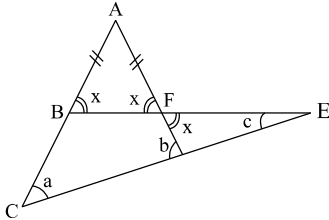
$2^n =$  تعداد زیرمجموعه  $n \rightarrow$  عضو

$2^{(n+3)} =$  تعداد زیرمجموعه  $(n+3) \rightarrow$  عضو

$$2^{n+3} - 2^n = 448 \Rightarrow 2^n \times 2^3 - 2^n = 448$$

$$2^n(2^3 - 1) = 448 \Rightarrow 2^n = 64 = 2^6 \Rightarrow n = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۹



$x$ ، زاویه خارجی مثلث  $BEC$  می‌باشد، پس داریم:

$$x = a + c$$

و  $b$  زاویه خارجی مثلث  $DFE$  می‌باشد، پس داریم:

$$b = x + c$$

حال با جای‌گذاری  $x$  در رابطه  $b$  داریم:

$$b = x + c \Rightarrow b = (a + c) + c \Rightarrow b = a + 2c$$

کل حالات ممکن عبارتند از: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۰

$$S = \left\{ \begin{array}{l} (پ,پ,پ), (د,پ,پ), (پ,د,پ), (پ,پ,د), (د,د,پ), (پ,د,د), (د,پ,د), (د,د,د), \\ (پ,پ,پ), (د,پ,پ), (پ,د,پ), (پ,پ,د), (د,د,پ), (پ,د,د), (د,پ,د), (د,د,د) \end{array} \right\}$$

با توجه به صورت سؤال، در حالت مطلوب این خانواده باید ۳ پسر و ۱ دختر یا ۳ دختر و ۱ پسر داشته باشد.

$$A = \{ (پ,پ,پ), (د,پ,پ), (پ,د,پ), (پ,پ,د), (د,د,پ), (پ,د,د), (د,پ,د), (د,د,د) \}$$

تعداد حالات مطلوب برابر است با ۸ حالت.  $(n(A) = 8)$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$



# پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴

۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴

۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴

۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴